



Apresentação do Curso

10 ANOS DE MATEMÁTICA DA ESCOLA
DE SARGENTOS DAS ARMAS

Prof. Arthur Lima e Hugo Lima

Sumário

SUMÁRIO	2
APRESENTAÇÃO DO CURSO	3
ESCOLA DE SARGENTOS DAS ARMAS - 2018	5
LISTA DE QUESTÕES.....	14
GABARITO	18



Apresentação do Curso



Olá, tudo bem? Aqui é o professor Arthur Lima. Neste breve encontro pretendo apresentar a proposta do curso **10 ANOS DE MATEMÁTICA DA ESA**. Antes, porém, vou me apresentar brevemente para aqueles que não me conhecem ainda. Sou professor de cursos preparatórios para concursos há mais de 7 anos, sempre atuando nas disciplinas de exatas: Matemática, Raciocínio Lógico, Matemática Financeira e Estatística. Esta também é a minha área de formação: sou Engenheiro Aeronáutico pelo ITA. Sempre gostei muito de exatas e, felizmente, eu tenho bastante facilidade nesta área. Sei que **ESTA NÃO É A REALIDADE** da maioria dos meus alunos, e tomo todos os cuidados para apresentar a matemática da maneira mais compreensível possível. Gosto sempre de me direcionar àqueles alunos que tem mais dificuldade na disciplina, que tem um verdadeiro “trauma” com as ciências exatas 😊. Ah, eu também já fui concursado! Fui aprovado nos concursos da Receita Federal para os cargos de Auditor-Fiscal e Analista-Tributário, tendo exercido o cargo de Auditor por 6 anos. Hoje, felizmente, posso me dedicar integralmente a vocês, fazendo o que tanto amo: LECIONAR.

Este curso será produzido por mim em conjunto com o prof. Hugo Lima, veja a apresentação dele abaixo:

Olá! Meu nome é Hugo Lima e sou Engenheiro Mecânico-Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Trabalhei por 5 anos e meio na Força Aérea Brasileira, como oficial engenheiro, sendo que, no período final, tive que conciliar o trabalho com o estudo para o concurso da Receita Federal. Fui aprovado para o cargo de Auditor-Fiscal em 2012, cargo que exerço atualmente. Trabalho com concursos públicos desde 2014 sempre com as matérias de exatas!



Mas, afinal de contas, **o que pretendemos levar a você neste curso de questões de Matemática da Escola de Sargento das Armas?**

Como o próprio nome do curso diz, o nosso objetivo é resolvermos as últimas 10 provas de Matemática da **ESA** com o objetivo de praticar adequadamente todos os temas que mais caem.

É importante deixar claro que este curso **NÃO TEM** por objetivo rever a teoria de todos os assuntos de matemática. Este curso foi elaborado especialmente para você que está com o tempo muito escasso de agora até a data da prova, e precisa focar naquilo que tem maior probabilidade de ser cobrado. Para isso, nada melhor que resolver muitas questões de prova!

Veja a seguir o cronograma deste nosso curso:

Número da aula	Data de disponibilização	Assunto da aula
00	6-fev	Prova 2018 resolvida
01	16-fev	Prova 2017 resolvida

02	26-fev	Prova 2016 resolvida
03	6-mar	Prova 2015 resolvida
04	16-mar	Prova 2014 resolvida
05	26-mar	Prova 2013 resolvida
06	6-abr	Prova 2012 resolvida
07	16-abr	Prova 2011 resolvida
08	26-abr	Prova 2010 resolvida
09	6-mai	Prova 2009 resolvida

Vale lembrar que, como em todos os nossos cursos no DIREÇÃO CONCURSOS, você poderá baixar todas as aulas em PDF para o seu computador, tablet, celular etc. Desta forma você pode estudar onde, quando e como quiser!

Espero que você goste deste curso, e que ele seja bastante útil na sua preparação! Vou ficar na torcida para que, assim como vários dos meus ex-alunos nestes 7 anos como professor, você seja aprovado e venha me contar a sua história de sucesso!

Vamos já resolver a última prova da **ESA**!

Saudações,

Prof. Arthur Lima



ProfArthurLima

Escola de Sargentos das Armas - 2018

1. ESA – 2018)

Considere o número complexo $z = 2 + 2i$. Dessa forma, z_{100} :

- (A) é um número imaginário puro.
- (B) é um número real positivo.
- (C) é um número real negativo.
- (D) tem módulo igual a 1.
- (E) tem argumento

Resolução:

Repare que $z^{100} = (z^2)^{50}$, uma vez que $z^2 = (2 + 2i)^2 = 2^2 + 4i + 4i^2 = 4i$. Com isso, teremos:

$$\begin{aligned}z^{100} &= (z^2)^{50} \Leftrightarrow \\z^{100} &= (4i)^{50} \Leftrightarrow \\z^{100} &= (2^2)^{50} \cdot i^{50} \Leftrightarrow \\z^{100} &= 2^{100} \cdot (i^2)^{25} \Leftrightarrow \\z^{100} &= 2^{100} \cdot (-1)^{25} \Leftrightarrow \\z^{100} &= -2^{100}\end{aligned}$$

Perceba que trata-se de um número real negativo.

Resposta: C

2. ESA – 2018)

Lembrando que zero ou raiz da função $f(x) = ax + b$ é o valor de x que torna a função nula, então, identifique a alternativa que apresenta a função $f(x)$ cuja raiz é igual a $+3$.

- (A) $f(x) = 2x - 5$.
- (B) $f(x) = x + 3$.
- (C) $f(x) = 3x$.
- (D) $f(x) = x - 3$.
- (E) $f(x) = 3x - 3$

Resolução:

Para termo 3 como raiz da função $f(x) = ax + b$, devemos ter a seguinte relação entre os coeficientes:

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow \frac{b}{a} = -3$$

Analisando as alternativas, percebe-se que:

$$(A) f(x) = 2x - 5 \rightarrow \frac{-5}{2} = -3 \text{ (falso)}$$

$$(B) f(x) = x + 3 \rightarrow \frac{3}{1} = -3 \text{ (falso)}$$

$$(C) f(x) = 3x + 0 \rightarrow \frac{0}{3} = -3 \text{ (falso)}$$

$$(D) f(x) = 1x - 3 \rightarrow \frac{-3}{1} = -3 \text{ (verdadeiro)}$$

$$(E) f(x) = 3x - 3 \rightarrow \frac{-3}{3} = -1 \text{ (falso)}$$

Resposta: D

3. ESA – 2018)

Se a velocidade de um automóvel for aumentada em 60%, o tempo necessário para percorrer um mesmo trajeto, supondo a velocidade constante, diminuirá em:

(A) 30%.

(B) 40%.

(C) 37,5%.

(D) 62,5%.

(E) 60%.

Resolução:

Imagine que determinado automóvel percorre um trajeto a uma velocidade V km/h em T horas. Então Para calcularmos o tempo em que esse mesmo automóvel percorre o mesmo trajeto, ao aumentar sua velocidade em 60%, pode ser esquematizado pela seguinte proporção:

$$\begin{array}{l} V \text{ ----- } T \\ (1 + 60\%).V \text{ ----- } t \end{array}$$

Repare que quanto MAIOR for a velocidade MENOR será tempo de percurso. Assim, velocidade e tempo são grandezas inversamente proporcionais, isto é:

$$\frac{V}{(1 + 60\%).V} = \frac{t}{T} \Leftrightarrow$$

$$0,625 = \frac{t}{T} \Leftrightarrow$$

$$(1 - 0,375) = \frac{t}{T} \Leftrightarrow$$

$$T \cdot (1 - 37,5\%) = t \Leftrightarrow$$

$$t = T \cdot (1 - 37,5\%)$$

Repare que, em relação ao tempo original, o novo tempo equivale a uma redução de 37,5%.

Resposta: C

4. ESA – 2018)

Seja a função definida por $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = 2^x$. Então $f(a + 1) - f(a)$ é igual a:

(A) $f(1)$.

(B) 1.

(C) $f(a)$.

(D) $2 \cdot f(a)$.

(E) 2

Resolução:

Temos a função $f(x) = 2^x$. Com base na função exponencial, vamos calcular a expressão $f(a + 1) - f(a)$, ou seja:

$$f(a + 1) - f(a) \Leftrightarrow$$

$$2^{a+1} - 2^a$$

$2^1 \cdot 2^a - 2^a$ ----evidenciando 2^a , teremos:

$$2^a(2^1 - 1) = 2^a = f(a)$$

Resposta: C

5. ESA – 2018)

O valor da expressão $\log_2\left(\frac{1}{2}\right) + \log_8(32)$ é:

a) 1.

b) $5/3$.

c) $2/3$.

d) -1.

e) 0.

Resolução:

Temos a expressão $\log_2\left(\frac{1}{2}\right) + \log_8(32)$, ao usando a propriedade mudança de base, isto é, $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$. Com isso, teremos:

$$\rightarrow \log_2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\log\left(\frac{1}{2}\right)}{\log 2} = \frac{\log(2^{-1})}{\log 2} = \frac{(-1) \cdot \log(2)}{\log 2} = -1$$

$$\rightarrow \log_8(32) = \frac{\log(32)}{\log 8} = \frac{\log(2^5)}{\log 2^3} = \frac{5 \cdot \log(2)}{3 \cdot \log(2)} = \frac{5}{3}$$

Com isso, teremos:

$$\begin{aligned}\log_2\left(\frac{1}{2}\right) + \log_8(32) &= \\ -1 + \frac{5}{3} &= \\ -\frac{3}{3} + \frac{5}{3} &= \frac{2}{3} \leftarrow\end{aligned}$$

Resposta: C

6. ESA – 2018)

O valor do raio da circunferência que circunscreve o triângulo ABC de lados 4, 4 e $4\sqrt{3}$ é igual a:

(A) 2.

(B) 3.

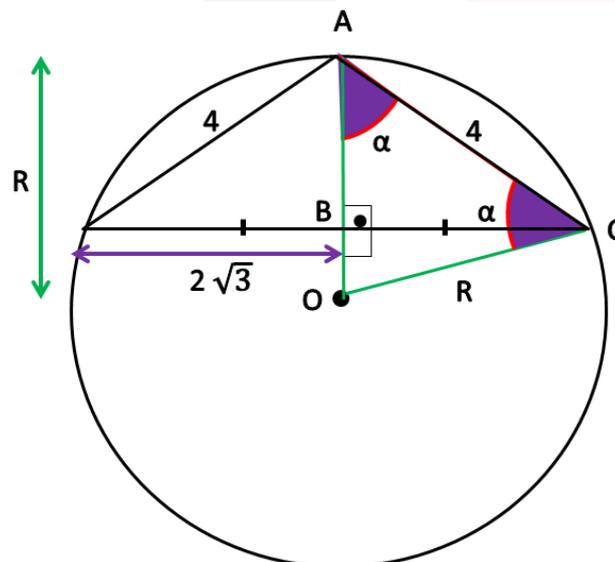
(C) 4.

(D) $2\sqrt{3}$

(E) $4\sqrt{3}$

Resolução:

Repare que o triângulo isósceles do enunciado é obtusângulo, pois $(4\sqrt{3})^2 > 4^2 + 4^2$. Deste modo, o centro da circunferência que circunscreve o triângulo está exterior ao triângulo. Com isso, podemos ilustrar a seguinte figura geométrica:



Repare que no triângulo ABC, temos $\text{sen } \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \alpha = 60^\circ$. Veja que o ângulo $\widehat{AOC} = 180^\circ - 2\alpha \Leftrightarrow \widehat{AOC} = 180^\circ - 120^\circ \Leftrightarrow \widehat{AOC} = 60^\circ$. Com isso, podemos concluir que o triângulo AOC é equilátero, sendo que, portanto, $R = 4$.

Resposta: C

7. ESA – 2018)

Em uma escola com 180 estudantes, sabe-se que todos os estudantes leem pelo menos um livro. Foi feita uma pesquisa e ficou apurado que:

50 alunos leem somente o livro A.

30 alunos leem somente o livro B.

40 alunos leem somente o livro C.

25 alunos leem os livros A e C.

40 alunos leem os livros A e B.

25 alunos leem os livros B e C.

Logo, a quantidade de alunos que leem os livros A, B e C é:

(A) 15.

(B) 20.

(C) 30.

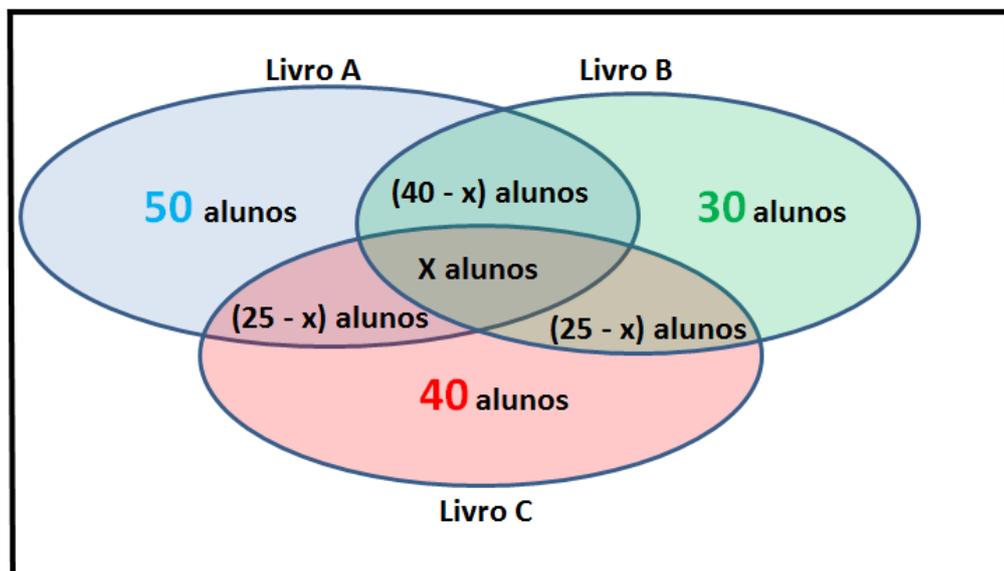
(D) 25.

(E) 10.

Resolução:

Com os dados do enunciado, podemos construir o seguinte diagrama de Wenn:

180 Estudantes



Ao somar as quantidades de alunos em cada um dos 7 subconjuntos, obteremos:

$$(50 + 40 + 30) + [(40 - x) + (25 - x) + (25 - x) + x] = 180 \Leftrightarrow$$

$$210 - 2x = 180 \rightarrow x = 15$$

Ou seja, 15 alunos leem os livros A, B e C.

Resposta: A

8. ESA – 2018)

Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} k^2 & -4 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Considerando que a equação matricial $A \cdot X = B$ tem solução única, podemos afirmar que:

- (A) $k \neq \pm 2$
- (B) $k = \pm 2$
- (C) $k = \pm 1$
- (D) $k = \pm 4$
- (E) $k \neq \pm 4$

Resolução:

Repare um sistema matricial $A \cdot X = B$ tem solução única quando é possível e determinado, sendo que a matriz A dos coeficientes ou matriz incompleta tem determinante não-nulo, isto é, $\det(A) \neq 0$. Ou seja:

$$\det(A) \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{vmatrix} k^2 & -4 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$-k^2 + 16 \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$k^2 \neq 16 \rightarrow$$

$$k \neq \pm 4$$

Resposta: E

9. ESA – 2018)

Sejam $f: \{x \in \mathbb{R} / x > 0\} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = \log_2 x$ e $g(x) = \frac{1}{4} \cdot 2^x$, respectivamente. O valor de $f \circ g(2)$ é:

- (A) 4
- (B) 0
- (C) -2
- (D) -4
- (E) 2

Resolução:

Repare que $g(x) = \frac{1}{4} \cdot 2^x \Leftrightarrow g(x) = 2^{-2} \cdot 2^x \Leftrightarrow g(x) = 2^{-2+x}$. Com isso, podemos obter $f(g(x))$ equivalente a $f(g(x)) = f(2^{-2+x})$.

Sabemos que $f(x) = \log_2 x$.

Desse modo, $f(g(x)) = \log_2 g(x) \Leftrightarrow f(g(x)) = \log_2 2^{-2+x} = (-2+x) \cdot \log_2 2 = (-2+x) \cdot 1 = -2+x$. Ou seja:

$$f(g(x)) = -2 + x$$

Para $x = 2$, teremos:

$$f(g(2)) = -2 + 2$$

$$f(g(2)) = 0$$

Resposta: B**10. ESA – 2018)**

Adotando-se $\log_2 x = y$ e $\log_3 y = x$, o valor de $\log_5 120$ será dado por:

(A) $\frac{2x+y}{1-x}$ (B) $\frac{4x+3y}{x+y}$ (C) $\frac{2x+y+1}{1-x}$ (D) $\frac{x+2y+1}{1-y}$ (E) $\frac{x+2y}{1-y}$

Resolução:

Usando a propriedade da mudança de base, isto é, $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$, podemos obter:

$$\log_5 120 = \frac{\log_{10} 120}{\log_{10} 5} \Leftrightarrow$$

$$\log_5 120 = \frac{\log_{10} 120}{\log_{10} \left(\frac{10}{2}\right)} \Leftrightarrow$$

$$\log_5 120 = \frac{\log_{10}(2^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 10)}{\log_{10}(10) - \log_{10}(2)} \Leftrightarrow$$

$$\log_5 120 = \frac{\log_{10}(2^2) + \log_{10}(3) + \log_{10}(10)}{\log_{10}(10) - \log_{10}(2)} \Leftrightarrow$$

$$\log_5 120 = \frac{2 \cdot \log_{10}(2) + \log_{10}(3) + 1}{\log_{10}(10) - \log_{10}(2)} \Leftrightarrow$$

$$\log_5 120 = \frac{2x + y + 1}{1 - x}$$

Resposta: C**11. ESA – 2018)**

Em uma Progressão Aritmética, o décimo termo vale 16 e o nono termo é 6 unidades maior do que o quinto termo.

Logo, o décimo segundo termo vale:

- (A) 16,5.
 (B) 19,5.
 (C) 19,0.
 (D) 17,0.
 (E) 17,5.

Resolução:

Podemos usar o termo geral da P.A " $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot R$ ", nos termos a_5 , a_9 , a_{10} e a_{12} . Da seguinte forma:

$$\text{P.A.} \begin{cases} a_{10} = 16 \\ a_9 = 6 + a_5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + 9R = 16 \\ a_1 + 8R = 6 + a_1 + 4R \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + 9R = 16 \\ R = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + \frac{27}{2} = 16 \\ R = \frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{5}{2} \\ R = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Assim, o 12º termo corresponde a:

$$a_{12} = a_1 + 11 \cdot R \Leftrightarrow$$

$$a_{12} = \frac{5}{2} + 11 \cdot \frac{3}{2} \Leftrightarrow$$

$$a_{12} = \frac{5}{2} + \frac{33}{2} \Leftrightarrow$$

$$a_{12} = \frac{38}{2} = 19$$

Resposta: C

12. ESA – 2018)

Em uma barraca de cachorro quente, o freguês pode escolher um entre três tipos de pães, uma entre quatro tipos de salsichas e um entre cinco tipos de molhos. Identifique a quantidade de cachorros quentes diferentes que podem ser feitos.

- (A) 60.
 (B) 86.
 (C) 27.
 (D) 12.
 (E) 35.

Resolução:

Repare que temos três tipos de pães, quatro tipos de salsichas e cinco tipos de molhos. Ou seja:

$$\{p_1, p_2, p_3\} \times \{s_1, s_2, s_3, s_4\} \times \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5\} = \{(p_1, s_1, m_1), \dots, (p_3, s_4, m_5)\}$$

Para encontrar a quantidade de trios que compõe o cachorro quente, basta aplicarmos o princípio multiplicativo, pois assim, podemos obter a quantidade máxima de cachorros quentes diferentes que podem ser feitos. Ou seja:

$$3 \times 4 \times 5 = 60$$

Resposta: A

Fim de aula. Até o próximo encontro!

Saudações,

Prof. Hugo Lima

Prof. Arthur Lima



ProfArthurLima



ProfArthurLima



Professor Arthur Lima

Lista de questões

1. ESA – 2018)

Considere o número complexo $z = 2 + 2i$. Dessa forma, z_{100} :

- (A) é um número imaginário puro.
- (B) é um número real positivo.
- (C) é um número real negativo.
- (D) tem módulo igual a 1.
- (E) tem argumento

2. ESA – 2018)

Lembrando que zero ou raiz da função $f(x) = ax + b$ é o valor de x que torna a função nula, então, identifique a alternativa que apresenta a função $f(x)$ cuja raiz é igual a $+3$.

- (A) $f(x) = 2x - 5$.
- (B) $f(x) = x + 3$.
- (C) $f(x) = 3x$.
- (D) $f(x) = x - 3$.
- (E) $f(x) = 3x - 3$

3. ESA – 2018)

Se a velocidade de um automóvel for aumentada em 60%, o tempo necessário para percorrer um mesmo trajeto, supondo a velocidade constante, diminuirá em:

- (A) 30%.
- (B) 40%.
- (C) 37,5%.
- (D) 62,5%.
- (E) 60%.

4. ESA – 2018)

Seja a função definida por $f: R \rightarrow R$, tal que $f(x) = 2^x$. Então $f(a + 1) - f(a)$ é igual a:

- (A) $f(1)$.
- (B) 1.

- (C) $f(a)$.
(D) $2 \cdot f(a)$.
(E) 2

5. ESA – 2018)

O valor da expressão $\log_2\left(\frac{1}{2}\right) + \log_8(32)$ é:

- a) 1.
b) $5/3$.
c) $2/3$.
d) -1.
e) 0.

6. ESA – 2018)

O valor do raio da circunferência que circunscreve o triângulo ABC de lados 4, 4 e $4\sqrt{3}$ é igual a:

- (A) 2.
(B) 3.
(C) 4.
(D) $2\sqrt{3}$
(E) $4\sqrt{3}$

7. ESA – 2018)

Em uma escola com 180 estudantes, sabe-se que todos os estudantes leem pelo menos um livro. Foi feita uma pesquisa e ficou apurado que:

- 50 alunos leem somente o livro A.
- 30 alunos leem somente o livro B.
- 40 alunos leem somente o livro C.
- 25 alunos leem os livros A e C.
- 40 alunos leem os livros A e B.
- 25 alunos leem os livros B e C.

Logo, a quantidade de alunos que leem os livros A, B e C é:

- (A) 15.
(B) 20.
(C) 30.

(D) 25.

(E) 10.

8. ESA – 2018)

Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} k^2 & -4 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Considerando que a equação matricial $A.X = B$ tem solução única, podemos afirmar que:

(A) $k \neq \pm 2$

(B) $k = \pm 2$

(C) $k = \pm 1$

(D) $k = \pm 4$

(E) $k \neq \pm 4$

9. ESA – 2018)

Sejam $f: \{x \in \mathbb{R} / x > 0\} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = \log_2 x$ e $g(x) = \frac{1}{4} \cdot 2^x$, respectivamente. O valor de $f(g(2))$ é:

(A) 4

(B) 0

(C) -2

(D) -4

(E) 2

10. ESA – 2018)

Adotando-se $\log_2 = x$ e $\log_3 = y$, o valor de $\log_5 120$ será dado por:

(A) $\frac{2x+y}{1-x}$ (B) $\frac{4x+3y}{x+y}$ (C) $\frac{2x+y+1}{1-x}$ (D) $\frac{x+2y+1}{1-y}$ (E) $\frac{x+2y}{1-y}$

11. ESA – 2018)

Em uma Progressão Aritmética, o décimo termo vale 16 e o nono termo é 6 unidades maior do que o quinto termo.

Logo, o décimo segundo termo vale:

(A) 16,5.

(B) 19,5.

(C) 19,0.

(D) 17,0.

(E) 17,5.

12. ESA – 2018)

Em uma barraca de cachorro quente, o freguês pode escolher um entre três tipos de pães, uma entre quatro tipos de salsichas e um entre cinco tipos de molhos. Identifique a quantidade de cachorros quentes diferentes que podem ser feitos.

(A) 60.

(B) 86.

(C) 27.

(D) 12.

(E) 35.



Gabarito

1. C
2. D
3. C
4. C

5. C
6. C
7. A
8. E

9. B
10. C
11. C
12. A

