

Aula 00 – Demonstrativa

Estadística para Analista – Área 3 do BACEN

Prof. Arthur Lima

Sumário

APRESENTAÇÃO.....	3
COMO ESTE CURSO ESTÁ ORGANIZADO.....	5
MÉDIA ARITMÉTICA	6
<i>Introdução.....</i>	6
<i>Cálculo da média para uma lista de dados ("dados em rol").....</i>	7
<i>Cálculo da média para uma tabela de frequências.....</i>	9
<i>Cálculo da média para dados agrupados em classes.....</i>	12
<i>Propriedades da média aritmética.....</i>	15
<i>Média aritmética ponderada.....</i>	17
QUESTÕES COMENTADAS PELO PROFESSOR.....	20
LISTA DE QUESTÕES DA AULA.....	52
GABARITO.....	68



Apresentação



Olá, tudo bem? Sou o professor Arthur Lima. Seja muito bem-vindo a esse meu curso! Aqui no **DIREÇÃO CONCURSOS** sou responsável pelas disciplinas de Matemática, Raciocínio Lógico, Matemática Financeira e Estatística. Também sou um dos coordenadores do site.

Caso não me conheça, sou Engenheiro Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Fui aprovado nos concursos de Auditor-Fiscal e Analista-Tributário da Receita Federal, e exerci o cargo de Auditor por 6 anos. Antes, fui engenheiro na EMBRAER S/A por 5 anos. Sou professor há 11 anos, sendo 4 em preparatórios para vestibular e 7 em preparatórios para concursos públicos. Ao longo deste tempo **pude ver**

muitos alunos sendo aprovados nos concursos públicos mais disputados do país – e pude ver inúmeros alunos que tinham **MUITA DIFICULDADE em exatas** superarem o “trauma” e conseguirem excelentes desempenhos em suas provas. Espero que o mesmo aconteça contigo! Sempre me preocupo muito em atender os alunos com maior dificuldade, pois sei que o ensino de exatas no Brasil é muito ruim. **Estaremos juntos nesta jornada até a sua APROVAÇÃO, combinado?** E vamos encurtar este caminho!

É com **MUITA ALEGRIA** que inicio este curso de **ESTATÍSTICA**. A programação de aulas, que você verá mais adiante, foi concebida especialmente para a sua preparação focada **NO EDITAL BACEN**. Vamos cobrir todos os pontos exigidos pelo **CEBRASPE** e resolver **MUITAS QUESTÕES**.

A Estatística costuma ser vista como um “bicho de sete cabeças” pela maioria dos candidatos. Justamente por esse motivo eu me esforcei **MUITO** para elaborar um curso bem didático e acessível mesmo para aqueles alunos com mais dificuldade em exatas. Essa disciplina costuma ser negligenciada pela maioria dos candidatos. O meu objetivo aqui é fazer com que você **ACERTE MUITAS QUESTÕES DE PROVA**, e não o tornar um doutor em Estatística ou Matemática Financeira 😊. Um bom desempenho nessa matéria certamente será um grande diferencial em sua nota final, pois a maioria dos seus concorrentes vai errar ou deixar em branco grande parte das questões. Isso pode ser decisivo para a sua **APROVAÇÃO!**

Neste material você terá:

Curso completo em VÍDEO

teoria e exercícios resolvidos sobre TODOS os pontos do edital

Curso completo escrito (PDF)

teoria e MAIS exercícios resolvidos sobre TODOS os pontos do edital

Fórum de dúvidas

para você sanar suas dúvidas DIRETAMENTE conosco sempre que precisar

Você nunca estudou Estatística para concursos? Não tem problema, este curso também te atende. Nós veremos toda a teoria que você precisa e resolveremos centenas de exercícios para que você possa praticar bastante cada aspecto estudado. Minha recomendação, nestes casos, é que você comece assistindo as videoaulas, para em seguida enfrentar as aulas em PDF. E fique à vontade para me procurar no fórum de dúvidas sempre que for necessário.

Caso você queira tirar alguma dúvida antes de adquirir o curso, basta me enviar um email ou um direct pelo Instagram:



professorArthurLima@hotmail.com



[ProfArthurLima](#)

Conheça ainda as minhas outras redes sociais para acompanhar de perto o meu trabalho:



[ProfArthurLima](#)



[Professor Arthur Lima](#)

Como este curso está organizado

Como já adiantei, neste curso nós veremos EXATAMENTE o que foi exigido pelo CEBRASPE no seu edital. O nosso curso está organizado da seguinte forma:

Aula	Data	Conteúdo do edital
00	15/03	Média
01	25/03	População e amostra. Histogramas e curvas de frequência. Medidas de posição: moda, mediana e separatrizes. Medidas de dispersão absoluta e relativa.
02	05/04	Análise combinatória
03	10/04	Probabilidade condicional, independência
	15/04	Teste a sua direção
04	20/04	Variável aleatória e funções de distribuição. Distribuições de probabilidade, esperança matemática, momentos, esperança condicionais. Lei dos grandes números.
05	30/04	Inferência. Estimação de parâmetros por ponto e por intervalo. Amostragem. Intervalo de confiança. Testes de hipóteses.
06	05/05	Teste a sua direção
00	15/03	Média

01	25/03	População e amostra. Histogramas e curvas de frequência. Medidas de posição: moda, mediana e separatrizes. Medidas de dispersão absoluta e relativa.
02	05/04	Análise combinatória

Que tal já iniciarmos o nosso estudo AGORA?

Vamos introduzir os principais conceitos e fórmulas sobre **Média Aritmética**, que é a medida descritiva de posição mais importante da Estatística. Além de ser fundamental para a compreensão de assuntos mais avançados, existem MUITAS questões de prova que podem ser resolvidas simplesmente com os conhecimentos que trabalharemos nessa aula. Portanto, mãos à obra!

Média Aritmética

Introdução

Certamente você ouviu falar sobre alguma “média” praticamente todo dia: média salarial da sua categoria profissional, média de idade de um grupo de pessoas, velocidade média de um carro, expectativa média de vida dos brasileiros, etc. Acredito que você tenha uma noção de que a média é um número que, de alguma forma, representa uma característica de um grupo.

Por exemplo, se eu te disser que a idade média dos jogadores da seleção de futebol do Paquistão é de 23 anos, que imagem vem à sua mente? Por mais que provavelmente você não conheça nenhum jogador do Paquistão, você deve imaginar um grupo de jovens em torno de 23 anos, certo? Dificilmente você vai imaginar um grupo de crianças, ou um grupo de idosos... Portanto, a **média aritmética é uma medida que tenta resumir as características de um grupo em um único número**. Ao invés de listar as idades de todos os jogadores de futebol, é bem mais fácil eu te falar a idade média deles. Se eu te disser que a seleção da Jamaica tem idade média de 30 anos, você vai conseguir fazer uma comparação entre os dois times, concorda? Vai imaginar que os jogadores da Jamaica tendem a ser mais velhos que os do Paquistão – embora possam existir jogadores paquistaneses mais velhos que alguns dos jamaicanos.

Ao longo das próximas seções nós vamos **aprender como calcular a média** em diversas situações. Veremos que, conforme os dados nos forem apresentados, o cálculo deve ser feito de forma diferente. Também vamos conhecer algumas **propriedades da média** que nos permitem realizar análises mais rápidas. E, por fim,

falaremos de **outros tipos de média**, além da média aritmética, que é a mais comum de todas (e mais cobrada em prova).

Cálculo da média para uma lista de dados (“dados em rol”)

De maneira geral, a média é o resultado da divisão entre:

- a **soma** de todos os valores da variável observada; e
- a **quantidade** de valores da variável.

Isto é,

$$\text{Média} = \frac{\text{Soma dos valores}}{\text{quantidade de valores}}$$

Imagine que temos 4 colegas de turma reunidos, e a variável X que representa o número de irmãos que cada um tem. Descobrimos que as quantidades de irmãos de cada um são: {2, 3, 5, 5}. Ou seja, um colega tem 2 irmãos, outro colega tem 3 irmãos, e outros dois colegas possuem 5 irmãos cada um. **Qual é a quantidade média de irmãos que esses colegas possuem?** Repare que basta fazermos:

$$\text{Média} = \frac{\text{Soma dos valores}}{\text{quantidade de valores}} = \frac{2 + 3 + 5 + 5}{4} = \frac{15}{4} = 3,75 \text{ irmãos}$$

Portanto, em média os colegas possuem 3,75 irmãos. Note que é impossível uma pessoa ter exatamente “3,75 irmãos”. É preciso ter muito cuidado ao interpretar o valor obtido com a média. De qualquer forma, perceba que 3,75 é um número que se situa entre o menor (2) e o maior (5) valores da distribuição. Isto sempre vai acontecer. **Não é possível ter uma média inferior ao menor valor, e nem superior ao maior valor.**

De maneira mais técnica, a fórmula para o cálculo da média de uma variável aleatória X é:

$$\text{Média} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

(leia: a média é igual ao somatório dos valores X_i , com i variando de 1 até n , dividido por n)

Esta fórmula, que é a mesma da anterior, deve ser usada quando a questão nos fornecer uma lista de valores. Alguns autores chamam isso de “dados em rol”. Nestes casos, como vimos, basta somar todos os valores e dividir esta soma pela quantidade de valores.

Veja comigo essa questão:

CEPERJ – SEFAZ/RJ – 2013) Um filme foi exibido em um cinema em 8 diferentes sessões, ao longo de todo o dia. O número de presentes em cada sessão é mostrado na tabela abaixo:

Sessão	Número de presentes	Sessão	Número de presentes
1	88	5	94
2	102	6	82
3	90	7	80
4	76	8	68

O número médio de pessoas por sessão corresponde a:

- A) 68
- B) 72
- C) 76
- D) 81
- E) 85

RESOLUÇÃO:

Veja que temos uma lista de dados, que podemos representar assim: {88, 102, 90, 76, 94, 82, 80, 68}. São OITO valores ao todo. Para calcular a média de uma lista de dados, basta fazer:

$$\text{Média} = \frac{\text{Soma dos valores}}{\text{quantidade de valores}}$$

Ou seja,

$$\text{Média} = (88 + 102 + 90 + 76 + 94 + 82 + 80 + 68) / 8$$

$$\text{Média} = 85$$

Resposta: E

A partir da fórmula da média, podemos escrever também que:

$$\text{Soma dos valores} = \text{Média} \times \text{Quantidade}$$

Este jeito de visualizar a fórmula pode ser muito útil em algumas questões. Veja esta:

VUNESP – PREF. SJC – 2012) A média aritmética de alturas de 10 alunos de um time de futebol é 175 cm. Dois novos alunos entram para o time, e a nova média de alturas passa a ser 178 cm. Se a diferença entre as alturas desses dois novos jogadores é 6 cm, o maior dos dois mede, em cm,

- (A) 188.
- (B) 190.
- (C) 192.
- (D) 194.

(E) 196.

RESOLUÇÃO:

No início do enunciado, sabemos que a média de altura é 175cm, e a quantidade de jogadores é 10. Portanto,

$$\text{Soma das alturas} = \text{Média} \times \text{Quantidade}$$

$$\text{Soma das alturas} = 175 \times 10$$

$$\text{Soma das alturas} = 1750\text{cm}$$

Vamos chamar este valor simplesmente de "S". Sejam A e B as alturas dos dois novos jogadores. Após a inclusão dos dois, a média passa a ser de 178cm, e o total de jogadores passa a ser 12. Assim:

$$\text{Média} = \text{Soma dos valores} / \text{quantidade}$$

$$178 = (S + A + B) / 12$$

$$178 = (1750 + A + B) / 12$$

$$178 \times 12 = 1750 + A + B$$

$$A + B = 386\text{cm}$$

Foi dito ainda que a diferença de altura entre esses dois novos jogadores é de 6cm. Ou seja,

$$A - B = 6$$

$$A = B + 6$$

Substituindo A por "B + 6" na equação $A + B = 386$, temos:

$$(B + 6) + B = 386$$

$$2B = 380$$

$$B = 190\text{cm}$$

$$A = B + 6 = 190 + 6 = 196\text{cm}$$

Assim, o mais alto dos dois novos jogadores mede 196cm.

Resposta: E

Cálculo da média para uma tabela de frequências

Em algumas questões o examinador vai nos fornecer uma tabela de frequências, como esta abaixo:

Altura (X_i)	Frequências (f_i)
1,50m	2
1,51m	2

1,53m	1
1,57m	10

Como ler essa tabela? Basta você saber que as frequências são o número de repetições de cada valor da nossa variável Altura. Isto é, temos 2 pessoas com 1,50m, temos outras 2 pessoas com 1,51m, apenas 1 pessoa com 1,53m, e um total de 10 pessoas com 1,57m.

Para calcularmos a altura média a partir de uma tabela de frequências como esta, devemos usar a seguinte fórmula (por favor não se assuste com a "cara" dela, você verá que o seu uso é relativamente simples):

$$\text{Média} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

(leia: a média é igual ao somatório dos produtos $X_i \cdot f_i$ dividido pela soma de f_i)

Nessa fórmula, X_i representa cada um dos valores que a variável X (ex.: altura) pode assumir, e f_i representa a frequência (repetição) referente a cada um desses valores.

Embora a fórmula pareça estranha, a sua aplicação é bem simples. Basta você aproveitar a própria tabela que o examinador forneceu e criar uma nova coluna, na qual você vai calcular $X_i \cdot f_i$, isto é, vai multiplicar os dados das duas colunas fornecidas. Veja:

Altura (X_i)	Frequências (f_i)	$X_i \cdot f_i$
1,50m	2	$1,50 \times 2 = 3,00$
1,51m	2	$1,51 \times 2 = 3,02$
1,53m	1	$1,53 \times 1 = 1,53$
1,57m	10	$1,57 \times 10 = 15,7$

Feito isto, podemos somar todos os valores da coluna $X_i \cdot f_i$, obtendo o termo $\sum_{i=1}^n (X_i \times f_i)$, e também somar todos os termos da coluna f_i , obtendo o termo $\sum_{i=1}^n f_i$. Veja na tabela a última linha que inclui:

Altura (X_i)	Frequências (f_i)	$X_i \cdot f_i$
1,50m	2	$1,50 \times 2 = 3,00$
1,51m	2	$1,51 \times 2 = 3,02$
1,53m	1	$1,53 \times 1 = 1,53$

1,57m	10	$1,57 \times 10 = 15,7$
	15	23,25

Agora basta dividir um valor pelo outro, obtendo:

$$Média = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{23,25}{15} = 1,55m$$

Compreendeu? Espero que sim! Resumi abaixo esses passos do nosso cálculo:

CÁLCULO DA MÉDIA ARITMÉTICA PARA UMA TABELA DE FREQUÊNCIAS

1. Criar uma coluna para calcular $X_i \cdot f_i$
2. Somar todos os valores da coluna $X_i \cdot f_i$
3. Somar todos os valores da coluna das frequências (f_i)
4. Dividir a soma dos valores da coluna $X_i \cdot f_i$ pela soma das frequências (f_i)

Veja esta questão antes de avançar no seu estudo:

A tabela apresenta o número de acertos dos 600 candidatos que realizaram a prova da segunda fase de um concurso, que continha 5 questões de múltipla escolha.

Número de acertos	Número de candidatos
5	204
4	132
3	96
2	78
1	66
0	24

VUNESP – TJM/SP – 2017) A média de acertos por prova foi de

- (A) 3,57.
- (B) 3,43.
- (C) 3,32.
- (D) 3,25.
- (E) 3,19.

RESOLUÇÃO:

Repare que temos uma tabela de frequências, em que os números de acertos são os valores da variável analisada (X_i), e os números de candidatos com cada quantidade de acertos são as frequências (f_i).

Podemos aproveitar a tabela fornecida para incluir uma coluna na qual multiplicamos $X_i \cdot f_i$, ou seja,

Número de acertos (X_i)	Número de candidatos (f_i)	$X_i \cdot f_i$
5	204	$5 \times 204 = 1020$
4	132	$4 \times 132 = 528$
3	96	$3 \times 96 = 288$
2	78	$2 \times 78 = 156$
1	66	$1 \times 66 = 66$
0	24	$0 \times 24 = 0$

Somando a coluna $X_i \cdot f_i$ temos o valor 2058. E somando a coluna das frequências, temos 600 (como o próprio enunciado já havia dito). Portanto,

$$\text{Média} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{2058}{600} = 3,43$$

Resposta: B

Cálculo da média para dados agrupados em classes

Veja esta tabela:

Classes (intervalos) de alturas	Frequências (f_i)
1,49 a 1,51m	2
1,51 a 1,53m	2
1,53 a 1,55m	1
1,55 a 1,57m	10

Veja que os dados estão agrupados em intervalos. Podemos dizer que 2 pessoas do grupo possuem altura entre 1,49m e 1,51m, assim como 10 pessoas do grupo possuem altura entre 1,55m e 1,57m. Compreendeu a leitura da tabela? Então vamos avançar.

Quando os dados estão agrupados em classes, temos APENAS UMA modificação a fazer em relação ao cálculo anterior: **devemos substituir os intervalos pelos seus respectivos pontos médios**. Como assim? Ao invés de considerar o intervalo de 1,49m a 1,51m, por exemplo, nós vamos SUBSTITUIR pelo valor 1,50m, que está exatamente no meio entre 1,49 e 1,51. Da mesma forma, nós vamos substituir o intervalo de 1,51 a 1,53 pelo valor 1,52m, que está exatamente no meio. Chamamos estes valores do meio de **PONTOS MÉDIOS**. Intuitivo, não acha?

Nesse nosso exemplo a identificação dos pontos médios é relativamente fácil. Mas talvez você não ache tão simples assim encontrar o ponto médio do intervalo: 1,71 a 1,87m. Como fazer nesse caso? Basta **somar os dois extremos e dividir essa soma por 2**. Veja:

$$\text{Ponto médio} = \frac{1,71 + 1,87}{2} = 1,79m$$

Na tabela abaixo eu incluí uma terceira coluna em nossa tabela, na qual eu calculei os pontos médios:

Classes de alturas	Frequências (f _i)	PM _i
1,49 --1,51	2	(1,49+1,51)/2 = 1,50
1,51 --1,53	2	(1,51+1,53)/2 = 1,52
1,53 --1,55	1	(1,53+1,55)/2 = 1,54
1,55 --1,57	10	(1,55+1,57)/2 = 1,56

Pronto, essa é a ÚNICA MODIFICAÇÃO. Nós vamos utilizar os pontos médios (PM_i) no lugar dos intervalos. A fórmula para o cálculo da média fica:

$$\text{Média} = \frac{\sum_{i=1}^n (\text{PM}_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Veja que eu marquei em vermelho o PM_i, pois esta é a única mudança dessa fórmula para a anterior.

O próximo passo consiste em calcular os valores das multiplicações PM_i x f_i, multiplicando essas duas colunas. Veja:

Classes de alturas	Frequências (f _i)	PM _i	PM _i . f _i
1,49 --1,51	2	1,50	1,50x2 = 3,00
1,51 --1,53	2	1,52	1,52x2 = 3,04
1,53 --1,55	1	1,54	1,54x1 = 1,54
1,55 --1,57	10	1,56	1,56x10 = 15,6

Agora podemos somar todos os elementos da coluna PM_i.f_i, obtendo o termo $\sum_{i=1}^n (\text{PM}_i \times f_i)$ da nossa fórmula. E podemos somar todos os termos da coluna f_i, obtendo o termo $\sum_{i=1}^n f_i$ da fórmula. Ficamos com:

Classes de alturas	Frequências (f _i)	PM _i	PM _i . f _i
1,49 --1,51	2	1,50	3,00

1,51 --1,53	2	1,52	3,04
1,53 --1,55	1	1,54	1,54
1,55 --1,57	10	1,56	15,6
	15		23,18

Agora só precisamos dividir uma soma pela outra:

$$Média = \frac{\sum_{i=1}^n (PM_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{23,18}{15} = 1,545m$$

Deu para me acompanhar? Espero que sim 😊 . Veja abaixo o passo a passo deste cálculo:

CÁLCULO DA MÉDIA ARITMÉTICA PARA UMA TABELA COM INTERVALOS DE CLASSES

1. Criar uma coluna para calcular os pontos médios de cada classe (PM_i)
2. Criar uma coluna para calcular $PM_i \cdot f_i$
3. Somar todos os valores da coluna $PM_i \cdot f_i$
4. Somar todos os valores da coluna das frequências (f_i)
5. Dividir a soma dos valores da coluna $PM_i \cdot f_i$ pela soma das frequências (f_i)

Pratique esta fórmula resolvendo a seguinte questão:

IDECAN – BOMBEIROS/DF – 2017) A média aritmética da distribuição de frequências a seguir é:

Valores	Frequência
0 - 2	10
2 - 4	15
4 - 6	40
6 - 8	25
8 - 10	10

- A) 4,9.
B) 5,2.
C) 5,3.
D) 5,5.

RESOLUÇÃO:

Estamos diante de uma tabela na qual os valores estão em intervalos de classes. O primeiro passo para calcular a média é, portanto, obter os pontos médios de cada classe:

Valores	Frequência (f _i)	Pontos médios (PM _i)
0 -2	10	(0+2)/2 = 1
2 -4	15	(2+4)/2 = 3
4 -6	40	(4+6)/2 = 5
6 -8	25	(6+8)/2 = 7
8 -10	10	(8+10)/2 = 9

O próximo passo consiste em obter os valores das multiplicações PM_i.f_i, que entrarão em nossa fórmula. Vejamos:

Valores	Frequência (f _i)	Pontos médios (PM _i)	PM _i . f _i
0 -2	10	1	1x10 = 10
2 -4	15	3	3x15 = 45
4 -6	40	5	5x40 = 200
6 -8	25	7	7x25 = 175
8 -10	10	9	9x10 = 90

A soma da coluna PM_i.f_i é igual a 520. Já a soma da coluna das frequências f_i é 100. Logo,

$$Média = \frac{\sum_{i=1}^n (PM_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{520}{100} = 5,2$$

Resposta: B

Propriedades da média aritmética

Vejamos algumas propriedades relativas à média de um conjunto de dados. Elas são muito cobradas em prova. Para isso, observe a distribuição: {1, 2, 2, 5, 5}.

A média desta distribuição é 3, afinal:

$$Média = \frac{1 + 2 + 2 + 5 + 5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

Se somarmos 2 unidades em cada elemento desta distribuição, ficamos com $\{3,4,4,7,7\}$. Qual será a média desta nova distribuição? Será que precisamos calcular novamente? A resposta é: NÃO precisamos calcular novamente, basta aplicar uma propriedade da média:

- se somarmos um mesmo valor (neste caso o 2) a todos os termos de uma distribuição, a média também é acrescida deste mesmo valor. Ou seja, se antes a média era 3, agora ela passa para $3+2=5$.

Da mesma forma, se subtrairmos 2 unidades da nossa distribuição, ficamos com: $\{-1,0,0,3,3\}$. A média desta distribuição é igual a 1. Isto porque basta pegar a média original (3) e subtrair 2 unidades.

Portanto, guarde essa propriedade:

Somando-se ou subtraindo-se um valor constante em todas as observações, a média desse novo conjunto será somada ou subtraída do mesmo valor.

E se eu quiser multiplicar todos os elementos da minha distribuição original por 2? Neste caso, ficarei com a distribuição $\{2,4,4,10,10\}$. Qual será a sua média? Basta eu multiplicar a média original (3) pelo mesmo valor (2), obtendo $3 \times 2 = 6$.

Esta mesma lógica vale para a divisão. Portanto, fique com mais esta propriedade:

Multiplicando-se ou dividindo-se todos os valores observados por um valor constante, a média desse novo conjunto será multiplicada ou dividida pelo mesmo valor.

Outra propriedade interessante é a seguinte:

A soma das diferenças entre cada observação e a média é igual a zero

Para exemplificar, como na nossa distribuição original a média era 3, veja quanto dá a soma das diferenças entre cada observação e esta média:

$$(1-3) + (2-3) + (2-3) + (5-3) + (5-3) =$$

$$-2 - 1 - 1 + 2 + 2 =$$

$$0$$

Por fim, repare que o valor da média é calculado utilizando todos os valores da amostra. Portanto, qualquer alteração nesses valores poderá alterar a média. Assim, costumamos dizer que:

A média é afetada pelos valores extremos da distribuição

Exemplificando essa propriedade: se substituirmos o valor 5 pelo valor 50 na nossa distribuição original, a média muda significativamente, concorda?

Uma última propriedade:

Existe uma única média para um determinado conjunto de valores

Quando temos um grupo de números, esse grupo terá um ÚNICO VALOR representado a sua média. Isso não é necessariamente verdadeiro para outras medidas de posição. Uma distribuição pode ter **mais de uma MODA**, por exemplo (ou mesmo não ter nenhuma moda).

Veja essa questão, que é relativa às propriedades da média:

DOM CINTRA - PREF. PALMAS - 2010) A média aritmética das 25 notas de uma prova de matemática foi igual a 6,0. Se o professor aumentar 0,5 em cada uma dessas 25 notas, e, em seguida, calcular a média de todas elas, o valor encontrado por ele será de:

- a) 5,5
- b) 6,0
- c) 6,5
- d) 7,0
- e) 7,5

RESOLUÇÃO:

Aqui podemos usar uma das propriedades da média: se somarmos uma constante k a todos os membros de uma amostra, a nova média será igual à anterior, somada de k . Portanto, se somamos $k = 0,5$ na nota de cada um dos alunos, basta somar 0,5 na média anterior e obtemos a nova média: $6 + 0,5 = 6,5$.

Resposta: C

Média aritmética ponderada

Imagine o seu boletim de Matemática no colégio. As notas de cada um dos 4 bimestres letivos foram, respectivamente: 5, 5, 6, 8. Qual foi a sua nota média? Neste caso temos:

- soma das notas = $5 + 5 + 6 + 8 = 24$

- quantidade de notas = 4

Logo, a nota média é $24 / 4 = 6,0$.

Agora imagine que a sua escola dá pesos diferentes para as notas de cada bimestre, sendo que o 1º bimestre tem o menor peso e o 4º tem o maior peso. Suponha que o peso do 1º bimestre é 1, do 2º é 2, do 3º é 3 e do 4º é 4. Qual seria a sua nota média, aplicando-se os respectivos pesos? Estamos diante de um cálculo de média ponderada, isto é, uma média onde cada um dos valores observados tem um peso diferente, ou uma ponderação diferente. O cálculo é muito similar àquele que vimos ao trabalhar com tabelas, usando a fórmula:

$$Média = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i \times F_i)}{\sum_{i=1}^n F_i}$$

Simplesmente vamos usar, no lugar das frequências f_i , os valores dos pesos. Você pode fazer o cálculo montando uma tabela como esta:

Nota (X_i)	Peso do bimestre (f_i)
5	1
5	2
6	3
8	4

Podemos criar a coluna para fazer a multiplicação entre as notas e os pesos:

Nota (X_i)	Peso do bimestre (f_i)	$X_i \cdot f_i$
5	1	$5 \times 1 = 5$
5	2	$5 \times 2 = 10$
6	3	$6 \times 3 = 18$
8	4	$8 \times 4 = 32$

Veja que a soma dos termos da coluna de $X_i \cdot f_i$ é 65. Já a soma dos pesos (coluna f_i) é 10. Efetuando a divisão, temos a média:

$$Média = \frac{65}{10} = 6,5$$

Se preferir, você pode fazer o cálculo sem utilizar a tabela. Basta jogar os valores diretamente na fórmula, como fiz a seguir:

$$Média = \frac{\sum_{i=1}^n (Xi \times Fi)}{\sum_{i=1}^n Fi} = \frac{5 \times 1 + 5 \times 2 + 6 \times 3 + 8 \times 4}{1 + 2 + 3 + 4}$$

$$Média = \frac{65}{10} = 6,5$$

Compare essa nota com aquela média obtida no cálculo de média aritmética simples (6,0). Observe que, como o 4º bimestre tem um peso maior, e justamente nesse bimestre tiramos uma nota maior (8), a média foi “puxada” para cima, indo de 6 para 6,5. Este é o efeito da ponderação: **a média é “puxada” em direção aos valores correspondentes aos maiores pesos.**

Sobre este assunto, trabalhe a próxima questão:

CEPERJ – SEFAZ/RJ – 2013) A avaliação dos alunos em determinada disciplina é feita por meio de 4 provas, que possuem peso diferente na composição da nota final. A nota de determinado aluno em cada prova e o seu peso respectivo estão indicados na tabela abaixo:

Prova	Peso	Nota
1ª	1	7,0
2ª	2	8,0
3ª	2	9,5
4ª	1	6,0

A nota final desse aluno é:

- A) 7,12
- B) 7,50
- C) 7,63
- D) 8,00
- E) 8,17

RESOLUÇÃO:

Aqui podemos utilizar a média ponderada para calcular a nota final:

$$Média = (1 \times 7 + 2 \times 8 + 2 \times 9,5 + 1 \times 6) / (1 + 2 + 2 + 1) = 8$$

Resposta: D

Chega de teoria! Que tal praticarmos um pouco de tudo o que vimos até aqui?

Questões comentadas pelo professor

1. FCC – TRT/SP – 2018)

Os preços médios anuais de venda desde 2010 de um certo produto no mercado permitiram montar a tabela abaixo, em que foram considerados como índices os preços relativos em porcentagens, adotando o preço médio anual de venda do produto no ano de 2012 como básico.

Anos	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Preços relativos	80	90	100	108	115	118	120	126

O preço médio anual de venda deste produto em 2011 foi de R\$ 135,00. Isto significa que o módulo da diferença entre os preços médios anuais de venda correspondentes aos anos de 2010 e 2017 foi de

- a) R\$ 109,00
- b) R\$ 81,00
- c) R\$ 54,00
- d) R\$ 69,00
- e) R\$ 89,00

RESOLUÇÃO:

Conforme o enunciado informa, na tabela temos os preços relativos em percentuais, logo o preço de 2011, igual a 135 reais conforme informa o enunciado, corresponde a 90% (valor da tabela) do preço básico P. Portanto, temos que:

$$90\% \text{ de } P = 0,9 \times P = 135$$

$$P = 135/0,9 = 150 \text{ reais}$$

Entre os preços dos anos de 2010 e 2017 há uma diferença percentual de:

$$120\% - 80\% = 46\% = 0,46.$$

Já calculamos que $P = 150$, logo temos que essa variação percentual corresponde a:

$$0,46 \times P = 0,46 \times 150 = 69 \text{ reais.}$$

Portanto, a alternativa D é o gabarito da questão.

Resposta: D

2. FCC – SEFAZ/GO – 2018)

Os matemáticos definem diferentes tipos de médias entre dois números positivos e, para cada aplicação, escolhem qual o tipo mais adequado a ser utilizado. A média harmônica H entre os números positivos a e b, por exemplo, é definida como o inverso da média aritmética dos inversos desses números, ou seja,

$$H = \frac{1}{\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}}$$

A média aritmética dos números 5 e 20 supera a média harmônica desses mesmos números em

- (A) 4 unidades.
- (B) 4,25 unidades.
- (C) 4,5 unidades.
- (D) 4,75 unidades.
- (E) 5 unidades.

RESOLUÇÃO:

$$\begin{aligned} \text{Média Aritmética} &= \frac{5 + 20}{2} = 12,5 \\ \text{Média Harmônica} &= \frac{1}{\frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{20}}{2}} = \frac{2}{\frac{4}{20} + \frac{1}{20}} = \frac{2}{\frac{5}{20}} = 2 \cdot \frac{20}{5} = 8 \end{aligned}$$

A diferença é de $12,5 - 8 = 4,5$ unidades.

Resposta: C

3. VUNESP – CÂMARA DE DOIS CÓRREGOS – 2018)

Em uma empresa na qual são comercializados produtos natalinos, a média aritmética das receitas mensais do 4º trimestre de 2016 foi igual ao triplo da média aritmética das receitas mensais do trimestre imediatamente

anterior. Se a receita total do segundo semestre de 2016 foi igual a 9 milhões de reais, então a receita total do 3º trimestre desse mesmo ano foi, em milhões de reais, igual a

- (A) 2,0.
- (B) 2,25.
- (C) 2,75.
- (D) 3,0.
- (E) 3,25.

RESOLUÇÃO:

Se a média do 4º trimestre foi o triplo da média do 3º trimestre, também podemos dizer que a receita total do 4º trimestre (R_4) foi o triplo da receita total do 3º trimestre (R_3). Isto porque em ambos os casos nós temos o mesmo período de três meses. Isto é,

$$R_4 = 3 \times R_3$$

Como a receita total do segundo semestre é de 9 milhões, temos:

$$R_3 + R_4 = 9$$

$$R_3 + 3.R_3 = 9$$

$$4.R_3 = 9$$

$$R_3 = 9/4$$

$$R_3 = 2,25 \text{ milhões}$$

Resposta: B

4. VUNESP – CÂMARA DE DOIS CÓRREGOS – 2018)

A tabela mostra o número de processos que cada um dos funcionários de uma firma de advocacia arquivou no decorrer de alguns meses.

Nº de funcionários	Nº de processos arquivados por funcionário
2	0
5	1
?	2
1	5

Considerando-se o número total de processos arquivados, cada funcionário arquivou, em média, 1,5 processo. O número de funcionários que arquivaram, cada um deles, 2 processos foi

- (A) 2.
- (B) 3.
- (C) 4.
- (D) 5.
- (E) 6.

RESOLUÇÃO:

Como a média é igual a 1,5 processo, podemos escrever que:

$$\begin{aligned} \text{Média} &= \frac{\text{Soma}}{\text{quantidade}} \\ 1,5 &= \frac{2x0 + 5x1 + ?x2 + 1x5}{2 + 5 + ? + 1} \\ 1,5 &= \frac{10 + 2?}{8 + ?} \\ 1,5 \times (8 + ?) &= 10 + 2? \\ 12 + 1,5? &= 10 + 2? \\ 12 - 10 &= 2? - 1,5? \\ 2 &= 0,5? \\ ? &= 4 \end{aligned}$$

Portanto, 4 funcionários arquivaram 2 processos.

Resposta: C

5. VUNESP – PREF. GARÇA – 2018)

Na escola em que a professora Lígia trabalha, a nota final é calculada por meio da média ponderada das notas que o aluno tirou nos quatro bimestres, sendo que o primeiro e o segundo bimestres têm peso 1, cada um, o terceiro bimestre tem peso 3, e o quarto bimestre tem peso 5. Se A, B, C e D correspondem às notas que cada aluno tirou no primeiro, segundo, terceiro e quarto bimestres, respectivamente, então a professora Lígia pode calcular a nota final de cada aluno fazendo a seguinte operação:

(A)
$$\frac{A+B+C+D}{4}$$

(B)
$$\frac{A+B+C+D}{10}$$

(C)
$$\frac{A+B+3\cdot C+5\cdot D}{8}$$

(D)
$$\frac{A+B+3\cdot C+5\cdot D}{4}$$

(E)
$$\frac{A+B+3\cdot C+5\cdot D}{10}$$

RESOLUÇÃO:

Para calcular a média ponderada, deve-se multiplicar cada nota pelo seu respectivo peso, somar tudo isso, e dividir pela soma dos pesos. Ou seja,

$$\text{Nota final} = \frac{1\cdot A + 1\cdot B + 3\cdot C + 5\cdot D}{1 + 1 + 3 + 5} = \frac{A + B + 3C + 5D}{10}$$

Resposta: E**6. VUNESP – Pref. de Mogi das Cruzes – 2018)**

Determinado departamento de uma empresa realizou, em um mesmo mês, três reuniões. A tabela a seguir mostra o tempo de duração de cada uma delas.

Reuniões	Tempo de duração
1ª	1 hora e 20 minutos
2ª	1 hora e 40 minutos
3ª	?

Considerando-se o tempo total das três reuniões, cada reunião durou, em média, 1 hora e 45 minutos. O tempo de duração da 3ª reunião foi

- (A) 2 horas e 15 minutos.
- (B) 2 horas e 10 minutos.
- (C) 2 horas e 05 minutos.
- (D) 1 hora e 55 minutos.

(E) 1 hora e 50 minutos.

RESOLUÇÃO:

Levando os tempos das reuniões para minutos, temos:

$$1^{\text{a}} \text{ reunião} = 80 \text{ minutos}$$

$$2^{\text{a}} \text{ reunião} = 100 \text{ minutos}$$

A média de tempo foi de 1h45, ou seja, 105 minutos. Sendo T o tempo da terceira reunião, temos:

$$\text{Média} = \frac{\text{Soma}}{\text{quantidade}}$$

$$105 = \frac{80 + 100 + T}{3}$$

$$315 = 180 + T$$

$$135 \text{ minutos} = T$$

$$120 + 15 = T$$

$$2 \text{ horas} + 15 \text{ minutos} = T$$

Resposta: A

7. VUNESP – Pref. de São José dos Campos – 2018)

A média aritmética diária de vendas realizadas em seis dias por um estabelecimento comercial foi de R\$ 6.700,00. Na tabela, constam os valores das vendas de alguns desses dias:

Dia da semana	Valor em vendas
Segunda-feira	R\$ 4.800,00
Terça-feira	R\$ 6.900,00
Quarta-feira	R\$ 8.200,00
Quinta-feira	x
Sexta-feira	y
Sábado	z

Com base nas informações, é correto afirmar que a média aritmética diária dos três últimos dias de vendas é maior que a média aritmética diária dos seis dias em, aproximadamente,

(A) R\$ 65,00.

(B) R\$ 67,00.

(C) R\$ 69,00.

(D) R\$ 71,00.

(E) R\$ 73,00.

RESOLUÇÃO:

O valor total de vendas pode ser obtido assim:

$$\text{Soma total} = \text{Média total} \times \text{Quantidade}$$

$$\text{Soma total} = 6.700 \times 6$$

$$\text{Soma total} = 40.200 \text{ reais}$$

As vendas nos 3 primeiros dias somam $4800 + 6900 + 8200 = 19.900$ reais. Portanto, as vendas nos 3 dias seguintes somam:

$$x + y + z = 40.200 - 19.900 = 20.300 \text{ reais}$$

A média destes 3 últimos dias é:

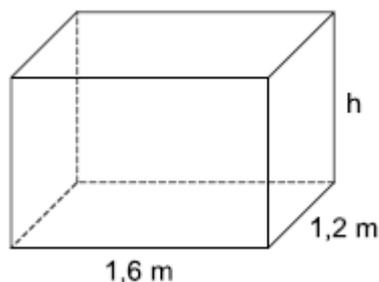
$$\text{Média} = \frac{20300}{3} = 6.766,67 \text{ reais}$$

Esta média é 66,67 reais maior do que a média da semana (6700). Aproximadamente 67 reais.

Resposta: B

8. VUNESP - TJ/SP - 2018)

Um estabelecimento comercial possui quatro reservatórios de água, sendo três deles de formato cúbico, cujas respectivas arestas têm medidas distintas, em metros, e um com a forma de um paralelepípedo reto retângulo, conforme ilustrado a seguir.



Sabe-se que, quando totalmente cheios, a média aritmética dos volumes de água dos quatro reservatórios é igual a $1,53 \text{ m}^3$, e que a média aritmética dos volumes de água dos reservatórios cúbicos, somente, é igual a $1,08 \text{ m}^3$. Desse modo, é correto afirmar que a medida da altura do reservatório com a forma de bloco retangular, indicada por h na figura, é igual a

- (A) 1,45 m.
- (B) 1,35 m.
- (C) 1,55 m.
- (D) 1,50 m.
- (E) 1,40 m.

RESOLUÇÃO:

Sabemos que Soma = Média x quantidade. Assim, a soma dos volumes dos reservatórios cúbicos é dada pela média de seus volumes (1,08) multiplicada pela quantidade (3), isto é,

$$\text{Soma dos reservatórios cúbicos} = 1,08 \times 3 = 3,24\text{m}^3$$

A soma dos 4 reservatórios juntos é dada pela multiplicação da média (1,53) pela quantidade (4), isto é,

$$\text{Soma de todos os reservatórios} = 1,53 \times 4 = 6,12\text{m}^3$$

Logo, o volume do reservatório da figura é a diferença entre a soma dos cubos e a soma total, isto é,

$$\text{Volume da figura} = 6,12 - 3,24 = 2,88\text{m}^3$$

Este volume é dado pela multiplicação de suas dimensões:

$$2,88 = 1,6 \times 1,2 \times h$$

$$1,5\text{m} = h$$

Resposta: D

9. VUNESP – CÂMARA SJC– 2018)

Em um concurso, a nota final de cada candidato é calculada pela média aritmética ponderada das notas das três fases de avaliação previstas, com pesos 2, 3 e 5, para as primeira, segunda e terceira fases, respectivamente. Para ser classificado no concurso, o candidato tem que atingir nota final maior ou igual a 6. Sendo assim, um candidato que tirou notas 5 e 6 nas primeira e segunda fases, respectivamente, para ser classificado no concurso, precisa tirar, na terceira fase, uma nota mínima igual a

- (A) 6,2.
- (B) 6,4.
- (C) 6,6.
- (D) 6,8.
- (E) 7,0.

RESOLUÇÃO:

Sejam "a", "b" e "c" as notas tiradas na primeira, segunda e terceira fase respectivamente. Com os pesos, a nota final média deve ser maior ou igual a 6. Logo:

$$\frac{2a+3b+5c}{2+3+5} \geq 6$$

$$\frac{2a+3b+5c}{10} \geq 6$$

$$2a + 3b + 5c \geq 6 \times 10$$

$$2a + 3b + 5c \geq 60$$

Se um candidato tirar a = 5 e b = 6, a nota "c" deverá ser:

$$2 \times 5 + 3 \times 6 + 5c \geq 60$$

$$10 + 18 + 5c \geq 60$$

$$5c \geq 60 - 28$$

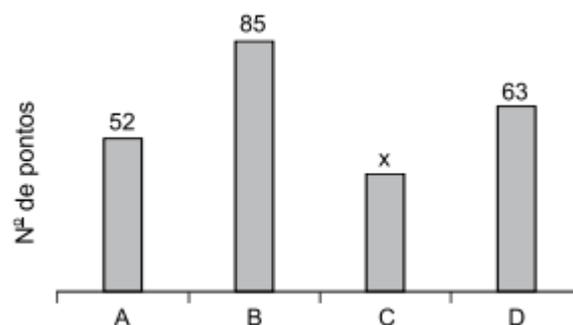
$$5c \geq 32$$

$$c \geq 6,4$$

Resposta: B

10. VUNESP – PM/SP – 2018)

O gráfico apresenta o número de pontos obtidos pelos grupos A, B, C e D, que participaram de uma atividade recreativa.



Sabendo que o número de pontos obtidos pelo grupo A foi 30% maior que o número de pontos obtidos pelo grupo C, então, na média, o número de pontos obtidos por um grupo foi

- (A) 70.
- (B) 50.
- (C) 60.
- (D) 55.
- (E) 65.

RESOLUÇÃO:

O número de pontos obtidos por A foi 52 e esse valor é 30% maior que o número de pontos obtidos por C (chamado de x). Logo:

$$52 = 1,3x$$

$$x = 52/1,3 = 40 \text{ pontos}$$

A média é dada pela soma dos pontos dos 4 grupos, dividida por 4. Temos:

$$\text{Média} = \frac{52+85+40+63}{4}$$

$$\text{Média} = \frac{240}{4}$$

$$\text{Média} = 60$$

Resposta: C

11. CESPE – ABIN – 2018)

evolução da quantidade de docentes por etapa de ensino Brasil 2013 – 2017				
ano	educação infantil	anos iniciais do ensino fundamental	anos finais do ensino fundamental	ensino médio
2013	478.811	750.366	802.902	507.617
2014	502.445	757.950	797.577	522.426
2015	518.308	758.840	786.140	522.826
2016	540.567	763.927	778.561	519.883
2017	557.541	761.737	764.731	509.814
soma total das quantidades de docentes no período	2.597.672	3.792.820	3.929.911	2.582.566

Com base nos dados da tabela anterior, extraídos do Relatório das Notas Estatísticas do Censo Escolar de 2017, do INEP, julgue os itens a seguir.

() A média do quantitativo de docentes do ensino médio entre os anos de 2013 e 2017 foi superior à média do quantitativo de docentes da educação infantil para o mesmo período.

RESOLUÇÃO:

A média é obtida dividindo-se a soma dos valores (que está presente na última linha) pela quantidade de valores (no caso, 5 anos que estão representados na tabela). Ao fazer esta divisão, repare que o resultado será maior para a coluna da educação infantil, afinal, a soma é superior (2.597.672 vs. 2.582.566). Assim, a média da educação infantil é superior. Item ERRADO.

Resposta: E

12. CESPE – SEDUC/AL – 2018)

Acerca de probabilidade e estatística, julgue os próximos itens.

() Situação hipotética: A média aritmética dos pesos dos 60 alunos de uma sala de aulas é igual a 51,8 kg. Nessa sala, a média aritmética do peso dos meninos é de 62 kg e das meninas, 45 kg. Assertiva: Nesse caso, essa sala de aulas tem 24 meninos e 36 meninas.

RESOLUÇÃO:

Vamos chamar de "P" a soma dos pesos dos 60 alunos. Como a média é 51,8 kg, temos:

$$\text{Média} = \frac{\text{Soma dos pesos}}{\text{n}^\circ \text{ de alunos}}$$

$$51,8 = \frac{P}{60}$$

$$P = 60 \times 51,8$$

$$P = 3108 \text{ kg}$$

Sabemos que a média do peso dos meninos foi 62 kg. Sendo "n" o número de meninos e "m" a soma de seus pesos, temos:

$$62 = \frac{m}{n}$$

$$m = 62n$$

O número de meninas será "60 - n" e a soma de seus pesos "3108 - m". Como a média é 45 kg, fica:

$$45 = \frac{3108 - m}{60 - n}$$

$$3108 - m = (60 - n) \cdot 45$$

$$3108 - m = 2700 - 45n$$

$$3108 - 2700 = m - 45n$$

$$408 = m - 45n$$

Substituindo $m = 62n$ na equação:

$$408 = 62n - 45n$$

$$17n = 408$$

$$n = 24 \text{ meninos}$$

Como são 60 alunos, existem 36 meninas. Item CORRETO.

Resposta: C

13. CESGRANRIO - PETROBRÁS - 2018)

Em uma avaliação na qual é atribuído grau de zero a dez, um hotel obteve média 8 em quarenta e nove avaliações. O avaliador seguinte atribuiu ao hotel nota zero. Para que a média de notas do hotel passe a ser maior que 8, será necessário, no mínimo, a avaliação de mais quantos hóspedes?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

RESOLUÇÃO:

Até a 49ª nota a média era 8. Para que a média de notas volte a superar 8, precisamos que a média das "n" notas dadas a partir da 49ª seja maior do que 8. Vamos imaginar que, além da nota 0, os demais hóspedes deram nota 10. Ou seja, tivemos 1 cliente dando nota 0 e (n-1) clientes dando nota 10. Como a média deve ser 8, podemos dizer que:

média = soma / quantidade

$$8 = (1 \cdot 0 + (n-1) \cdot 10) / n$$

$$8n = 0 + 10n - 10$$

$$10 = 10n - 8n$$

$$10 = 2n$$

$$n = 5$$

Resposta: E

14. CESGRANRIO – BASA – 2018)

Sabe-se que 30% dos clientes de um banco são do sexo masculino e os 70% restantes são do sexo feminino. Entre os clientes do sexo masculino, a média do tempo de vínculo com o banco é igual a 4 anos e, entre os clientes do sexo feminino, é igual a 6 anos. Considerando-se todos os clientes, de ambos os sexos, qual é a média do tempo de vínculo de cada um com o banco?

- (A) 6 anos
- (B) 5,7 anos
- (C) 5 anos
- (D) 5,3 anos
- (E) 5,4 anos

RESOLUÇÃO:

Podemos calcular a média rapidamente assim:

$$\text{Média} = 30\%.4 + 70\%.6$$

$$\text{Média} = 0,30 \times 4 + 0,70 \times 6$$

$$\text{Média} = 1,2 + 4,2$$

$$\text{Média} = 5,4 \text{ anos}$$

Resposta: E

15. CESGRANRIO – BANCO DO BRASIL – 2018)

Uma empresa cria uma campanha que consiste no sorteio de cupons premiados. O sorteio será realizado em duas etapas. Primeiramente, o cliente lança uma moeda honesta:

se o resultado for “cara”, o cliente seleciona, aleatoriamente, um cupom da urna 1;

se o resultado for “coroa”, o cliente seleciona, aleatoriamente, um cupom da urna 2.

Sabe-se que 30% dos cupons da urna 1 são premiados, e que 40% de todos os cupons são premiados. Antes de começar o sorteio, a proporção de cupons premiados na urna 2 é de

(A) 50%

(B) 25%

(C) 5%

(D) 10%

(E) 15%

RESOLUÇÃO:

Assumindo que ambas as urnas tem o mesmo número de cupons (o que NÃO foi dito pelo enunciado), podemos dizer que a média do percentual de cupons premiados é:

$$\text{Média} = (\text{urna1} + \text{urna2})/2$$

$$40\% = (30\% + \text{urna2})/2$$

$$80\% = 30\% + \text{urna2}$$

$$\text{Urna2} = 50\%$$

Resposta: A

16. IAUPE – CBM/PE – 2018)

Cada um dos 30 bombeiros de uma sala obteve, na avaliação da seleção, nota 5 ou nota 10. A média aritmética dessas notas foi 6.

É CORRETO afirmar que o número de bombeiros que obtiveram as notas 5 e 10, respectivamente, é

- A) 12 e 18.
- B) 18 e 12.
- C) 15 e 15.
- D) 6 e 24.
- E) 24 e 6.

RESOLUÇÃO:

Vamos chamar de "x" o número de notas 5 e de "y" o número de notas 10. Como foram 30 bombeiros no total, temos 30 notas:

$$x + y = 30$$

$$x = 30 - y$$

A soma das 30 notas é dada por:

$$\text{Soma} = 5x + 10y$$

Foi dada a média dessas notas. Aplicando a fórmula, temos:

$$\text{Média} = \text{Soma}/n^{\circ} \text{ elementos}$$

$$6 = (5x + 10y)/30$$

$$6 \cdot 30 = 5x + 10y$$

$$180 = 5x + 10y$$

$$180 = 5(30 - y) + 10y$$

$$180 = 150 - 5y + 10y$$

$$30 = 5y$$

$$y = 6$$

$$x = 30 - 6$$

$$x = 24$$

Portanto, o número de bombeiros que obtiveram as notas 5 e 10, respectivamente, é 24 e 6.

Resposta: E

17.FCC – SABESP – 2017)

A média aritmética de três números a, b e c é 20. A média aritmética de a e b é 16. O valor de c é igual a

- a) 24.
- b) 26.

c) 30.

d) 28.

e) 32.

RESOLUÇÃO:

Sabemos que a média dos 3 números é 20. Logo:

Soma dos números = Média x Quantidade

$$a + b + c = 20 \times 3$$

$$a + b + c = 60$$

Da mesma forma, a média de a e b é 16. Logo:

$$a + b = 16 \times 2$$

$$a + b = 32$$

Substituindo o valor dessa soma na primeira equação, temos:

$$32 + c = 60$$

$$c = 28$$

Resposta: D

18. IBFC – EBSERH – 2017)

Os dados a seguir referem-se à questão.

Um levantamento amostral sobre o número de filhos de 50 funcionários foi realizado em uma empresa localizada em um município. Esse levantamento gerou a tabela a seguir:

Número de Filhos	Número de Funcionários
0	20
1	5
2	8
3	2
4	5
5	10
Total	50

A média aritmética do número de filhos dos funcionários da amostra é, aproximadamente:

a) 3,00

b) 1,94

c) 2,50

d) 1,62

e) 3,33

RESOLUÇÃO:

O valor da média aritmética do número de filhos dos funcionários da amostra é a soma de cada número de filhos multiplicado pelo respectivo número de funcionários com essa quantidade de filhos, dividida pelo número total de funcionários.

Assim, temos:

$$\text{Média aritmética} = \frac{20 \cdot 0 + 5 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 10 \cdot 5}{50}$$

$$\text{Média aritmética} = \frac{0 + 5 + 16 + 6 + 20 + 50}{50} = \frac{97}{50} = 1,94$$

Portanto, a alternativa B é o gabarito da questão.

Resposta: B

19. IBFC – SEDUC/MT – 2017)

Com a ajuda de um globo para sorteio de bingo, foram sorteados de forma aleatória, os seguintes números – 02, 45, 13, 54, 22, 23, 09. Analisando os números, um estudante concluiu que a média aritmética destes números é 24, a mediana é 22 e distribuição é amodal. Sobre os valores e conclusões deste estudante, analise as afirmativas a seguir assinale a alternativa correta.

I. A média aritmética é a soma de todos os valores presentes na distribuição.

II. A mediana é o valor central que divide a distribuição dos valores ordenados em dois, sendo os que estão à esquerda são menores e os que estão à direita são maiores que o elemento central.

III. A moda é a frequência de aparecimento de um número em uma distribuição, como no bingo as bolas não retornam para a esfera, não há repetições.

IV. A média aritmética está errada pois deveria ter o mesmo valor da mediana.

Assinale a alternativa que contenha somente as afirmações corretas:

a) I apenas

b) II e IV apenas

c) II, III, IV apenas

d) II e III apenas

e) III apenas

RESOLUÇÃO:

Vamos julgar as afirmativas:

I. A média aritmética é a soma de todos os valores presentes na distribuição.

ERRADO. A média é a soma dos valores dividida pela quantidade de valores na distribuição.

II. A mediana é o valor central que divide a distribuição dos valores ordenados em dois, sendo os que estão à esquerda são menores e os que estão à direita são maiores que o elemento central.

CORRETO. A mediana divide os dados na metade, em ordem crescente.

III. A moda é a frequência de aparecimento de um número em uma distribuição, como no bingo as bolas não retornam para a esfera, não há repetições.

CORRETO. A moda é o número que teve mais repetições (frequências). Como no bingo cada número sai apenas uma vez, a distribuição é amodal, isto é, sem moda.

IV. A média aritmética está errada pois deveria ter o mesmo valor da mediana.

Vamos calcular a média:

$$\text{Média} = (2 + 45 + 13 + 54 + 22 + 23 + 9)/7 = 24$$

A média está correta, logo a afirmativa está ERRADA.

Resposta: D

20. VUNESP – MP/SP – 2016)

A média de salários dos 13 funcionários de uma empresa é de R\$ 1.998,00. Dois novos funcionários foram contratados, um com o salário 10% maior que o do outro, e a média salarial dos 15 funcionários passou a ser R\$ 2.013,00. O menor salário, dentre esses dois novos funcionários, é igual a

(A) R\$ 2.008,00.

(B) R\$ 2.010,00.

(C) R\$ 2.004,00.

(D) R\$ 2.002,00.

(E) R\$ 2.006,00.

RESOLUÇÃO:

Se a média de 13 funcionários é 1998, então:

$$\text{Soma} = \text{Média} \times \text{Quantidade} = 1998 \times 13 = 25974 \text{ reais}$$

Sendo S o menor salário dos contratados, de modo que o outro contratado tem salário 10% maior, ou seja, de $1,10 \times S$. A média dos 15 passou para 2013, portanto a soma passou para:

$$\text{Soma} = \text{Média} \times \text{Quantidade} = 2013 \times 15 = 30195 \text{ reais}$$

A diferença das duas somas é exatamente o salário dos dois contratados, ou seja,

$$30195 - 25974 = S + 1,10S$$

$$4221 = 2,10S$$

$$S = 4221 / 2,10 = 42210 / 21 = 2010 \text{ reais}$$

Resposta: B

21. FCC - ARSETE – 2016)

Uma carteira aplica 25% na ação A, 40% na ação B e o restante na ação C. Os retornos das ações A, B e C são, respectivamente, 10%, 12% e 20%. O retorno médio da carteira será

- a) 14,5%.
- b) 14,8%.
- c) 14,6%.
- d) 14,0%.
- e) 14,3%.

RESOLUÇÃO:

Aqui, devemos fazer a média ponderada das ações A (25%), B (40%) e C (35%) pelos seus retornos (10%, 12% e 20%, respectivamente). Fica:

$$\text{Retorno médio} = \frac{0,1 \times 25 + 0,12 \times 40 + 0,2 \times 35}{100} = \frac{2,5 + 4,8 + 7}{100} = \frac{14,3}{100} = 14,3 \%$$

Resposta: E

22. IADES – PCDF – 2016)

A média das idades dos 45 empregados de uma corporação é de 32 anos. Para os próximos meses, estão previstas as aposentadorias de cinco empregados cuja média de idades é de 62 anos. Considerando essa situação hipotética, é correto afirmar que, após a efetivação de todas as aposentadorias, a média das idades da corporação passará a ser a seguinte:

- (A) 25,11 anos
- (B) 26 anos
- (C) 28,25 anos
- (D) 30,75 anos

(E) 36 anos

RESOLUÇÃO:

Lembrando que Média = Soma / quantidade, também podemos escrever que:

$$\text{Soma} = \text{média} \times \text{quantidade}$$

Assim, a soma das idades dos 45 empregados que tem média 32 anos é:

$$\text{Soma} = 32 \times 45 = 1440$$

A soma das idades dos 5 empregados com média 62 anos é:

$$\text{Soma} = 62 \times 5 = 310$$

Assim, retirando esses 5 empregados, a soma das idades restantes é $1440 - 310 = 1130$. E a quantidade restante de empregados é de $45 - 5 = 40$. A nova média é:

$$\text{Média} = 1130 / 40 = 28,25 \text{ anos}$$

Resposta: C

23.FGV – PREF PAULÍNIA – 2016)

Você recebeu um relatório do desempenho dos alunos de duas turmas de uma mesma série do seu colégio, conforme a tabela a seguir:

Turma	Número de alunos	Média em Matemática (máximo 100)
A	20	80
B	30	72
Total	50	76

Supondo que as informações relativas às turmas A e B isoladamente estão corretas, deduz-se que a média relativa ao total de alunos das duas turmas está

- a) correta também.
- b) errada, pois o valor correto é 75,5.
- c) errada, pois o valor correto é 75,2.
- d) errada, pois o valor correto é 74,5.
- e) errada, pois o valor correto é 74,3.

RESOLUÇÃO:

Aqui podemos utilizar a média ponderada para calcular a nota final:

$$\text{Média} = (20 \times 80 + 30 \times 72) / (20 + 30)$$

$$\text{Média} = 3760 / 50$$

Multiplicamos por 2 o numerador e o denominador para facilitar o cálculo:

$$\text{Média} = 7520 / 100$$

$$\text{Média} = 75,20$$

Resposta: C

24.FGV – TJ/RO – 2015)

A média do número de páginas de cinco processos que estão sobre a mesa de Tânia é 90. Um desses processos, com 130 páginas, foi analisado e retirado da mesa de Tânia. A média do número de páginas dos quatro processos que restaram é:

(A) 70;

(B) 75;

(C) 80;

(D) 85;

(E) 90.

RESOLUÇÃO:

Lembrando que:

$$\text{Média} = \text{soma} / \text{quantidade}$$

Temos inicialmente a média de 90 páginas, e a quantidade de 5 processos. Assim:

$$90 = \text{soma} / 5$$

$$\text{soma} = 90 \times 5$$

$$\text{soma} = 450 \text{ páginas}$$

Ao tirar um processo de 130 páginas, ficamos com a quantidade de 4 processos, e o total de páginas de $450 - 130 = 320$. Assim, a média passa a ser:

$$\text{Média} = \text{soma} / \text{quantidade}$$

$$\text{Média} = 320 / 4$$

$$\text{Média} = 80 \text{ páginas}$$

Resposta: C

25.FGV – TJ/RO – 2015)

Humberto é digitador e trabalha todos os dias no fim do expediente de um cartório o tempo necessário para realizar a digitação dos trabalhos do dia. Durante uma semana, ele anotou quanto tempo trabalhou em cada dia no serviço de digitação e o resultado está no quadro abaixo:

Dias	Tempo de trabalho (horas: minutos)
segunda-feira	2:20
terça-feira	3:00
quarta-feira	5:30
quinta-feira	6:10
sexta-feira	5:40

Nessa semana, o tempo médio de trabalho por dia de Humberto foi de:

- (A) 4:32;
- (B) 4:36;
- (C) 4:42;
- (D) 4:48;
- (E) 4:54.

RESOLUÇÃO:

Vamos transformar os tempos em minutos, lembrando que 1 hora corresponde a 60 minutos. Assim,

$$2:20 = 2 \times 60 + 20 = 120 + 20 = 140 \text{ minutos}$$

$$3:00 = 3 \times 60 = 180 \text{ minutos}$$

$$5:30 = 5 \times 60 + 30 = 300 + 30 = 330 \text{ minutos}$$

$$6:10 = 6 \times 60 + 10 = 360 + 10 = 370 \text{ minutos}$$

$$5:40 = 5 \times 60 + 40 = 300 + 40 = 340 \text{ minutos}$$

Somando os tempos trabalhados, temos:

$$140 + 180 + 330 + 370 + 340 = 1360 \text{ minutos}$$

Como foram 5 dias de trabalho, a média é:

$$\text{Média} = 1360 / 5 = 272 \text{ minutos por dia}$$

Veja que 272 minutos é o mesmo que 240 + 32 minutos. Note ainda que 240 minutos correspondem a 4x60 minutos, ou 4 horas. Assim, 272 minutos são 4 horas e 32 minutos.

Resposta: A

26.FGV – Prefeitura de Niterói – 2015)

A média das idades dos cinco jogadores mais velhos de um time de futebol é 34 anos. A média das idades dos seis jogadores mais velhos desse mesmo time é 33 anos. A idade, em anos, do sexto jogador mais velho desse time é:

- (A) 33;
- (B) 32;
- (C) 30;
- (D) 28;
- (E) 26.

RESOLUÇÃO:

Se a média dos 5 mais velhos é 34 anos, podemos escrever que:

$$\text{Média} = \text{soma} / \text{quantidade}$$

$$34 = \text{Soma} / 5$$

$$\text{Soma} = 34 \times 5 = 34 \times 10 / 2 = 340 / 2 = 170 \text{ anos}$$

Já a média dos 6 mais velhos é de 33 anos:

$$\text{Média} = \text{Soma} / \text{quantidade}$$

$$33 = \text{Soma} / 6$$

$$\text{Soma} = 33 \times 6 = 198 \text{ anos}$$

A diferença entre a soma dos 6 mais velhos e dos 5 mais velhos é justamente a idade do 6º mais velho, que é de $198 - 170 = 28$ anos.

Resposta: D**27.FGV – DPE/MT – 2015)**

Em um canil há 42 cães adultos, dos quais metade são fêmeas. Um terço das fêmeas teve filhotes e, em média, cada uma destas fêmeas teve cinco filhotes. O número total de cães, adultos e filhotes, nesse canil é

- (A) 70.
- (B) 77.
- (C) 84.
- (D) 91.
- (E) 98.

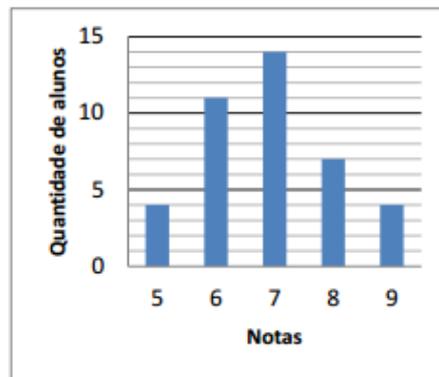
RESOLUÇÃO:

Sabemos que metade dos 42 cães adultos são fêmeas, portanto podemos dizer que temos 21 fêmeas adultas. Um terço dessas fêmeas, ou $21 \times (1/3) = 7$ fêmeas, possuem 5 filhotes em média cada uma, totalizando $7 \times 5 = 35$ filhotes. O total de cães nesse canil é igual a $42 + 35 = 77$.

Resposta: B

28.FGV – DPE/RO – 2015)

Em um curso de treinamento dos funcionários de uma empresa, as notas dos alunos de uma turma na prova final estão no gráfico a seguir:



A média dos alunos dessa turma foi:

- (A) 6,5;
- (B) 6,7;
- (C) 6,9;
- (D) 7,0;
- (E) 7,3

RESOLUÇÃO:

No gráfico temos 4 pessoas com nota 5, 11 pessoas com nota 6, 14 pessoas com nota 7, 7 pessoas com nota 8 e 4 pessoas com nota 9. Ao todo o número de alunos é $4 + 11 + 14 + 7 + 4 = 40$. A soma das notas é obtida multiplicando cada nota pelo número de alunos que tirou aquele resultado:

$$\text{Soma das notas} = 4 \times 5 + 11 \times 6 + 14 \times 7 + 7 \times 8 + 4 \times 9 = 276$$

Logo, a média é:

$$\text{Média} = \text{Soma} / \text{quantidade}$$

$$\text{Média} = 276 / 40$$

$$\text{Média} = 6,9$$

Resposta: C

29.FGV – TJRJ – 2014)

A tabela a seguir mostra, em ordem crescente, os números de processos pendentes de julgamento, em 30 de setembro de 2014, nas oito Câmaras Criminais do Estado do Rio de Janeiro (não identificadas na tabela).

366	421	569	1030	1088	1139	1640	1853
-----	-----	-----	------	------	------	------	------

Seja M a média do número de processos pendentes de julgamento em 30 de setembro de 2014. O número de Câmaras Criminais com número de processos pendentes de julgamento maiores do que M é:

- (A) 2;
- (B) 3;
- (C) 4;
- (D) 5;
- (E) 6.

RESOLUÇÃO:

O número médio de processos por câmara é dado pela divisão entre a Soma do número de processos pela quantidade de câmaras (que são 8). Somando os processos, temos:

$$\text{Soma} = 366 + 421 + 569 + 1030 + 1088 + 1139 + 1640 + 1853$$

$$\text{Soma} = 8106$$

A média é:

$$\text{Média} = \text{Soma} / \text{quantidade}$$

$$\text{Média} = 8106 / 8$$

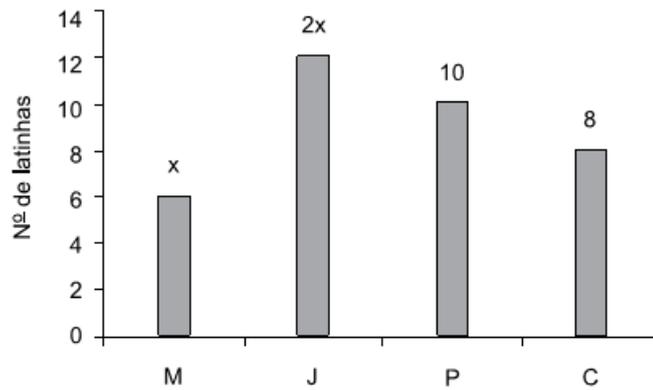
$$\text{Média} = 1.013,25$$

Portanto, vemos que 5 câmaras têm números de processos pendentes maiores que a média.

Resposta: D

30.VUNESP - PM/SP - 2015)

Quatro amigos, Marcos (M), Jorge (J), Pedro (P) e Caio (C) foram a um churrasco e cada um deles levou uma determinada quantidade de latinhas de cerveja, conforme mostra o gráfico.



Considerando-se o número total de latinhas de cerveja levadas pelos quatro amigos, na média, o número de latinhas por pessoa foi 9. O número de latinhas de cerveja levadas por Jorge foi

- a) 10.
- b) 11.
- c) 9.
- d) 8.
- e) 12.

RESOLUÇÃO:

A média de latinhas por pessoa é dada pela divisão entre a soma das latinhas ($x + 2x + 10 + 8$) e a quantidade de pessoas (4), ou seja:

$$\text{Média} = \frac{\text{Soma}}{\text{quantidade}}$$

Ou seja,

$$9 = \frac{(x + 2x + 10 + 8)}{4}$$

$$9 = \frac{3x + 18}{4}$$

$$9 \times 4 = 3x + 18$$

$$36 = 3x + 18$$

$$36 - 18 = 3x$$

$$12 - 6 = x$$

$$6 = x$$

Jorge levou 2x latinhas, ou seja, $2 \cdot 6 = 12$ latinhas.

Resposta: E

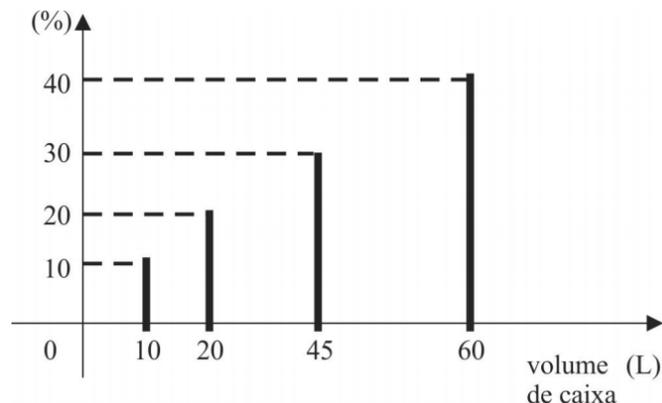
31. CESPE – FUB – 2016)

Em um almoxarifado há, em estoque, 100 caixas na forma de paralelepípedos retângulos. Na tabela a seguir são mostrados alguns valores da frequência absoluta, da frequência relativa e da porcentagem da variável volume interno da caixa, em litros (L).

volume da caixa (L)	frequência absoluta	frequência relativa	porcentagem (%)
10	10	*	*
20	*	*	*
45	*	0,2	*
60	*	*	40
Total	100	1	100

Considerando essas informações, julgue os seguintes itens.

() A figura a seguir mostra, corretamente, o gráfico de barras da variável volume interno das caixas.



() A média aritmética dos volumes dessas caixas é igual a 40 L.

RESOLUÇÃO:

Vamos analisar cada alternativa:

() A figura a seguir mostra, corretamente, o gráfico de barras da variável volume interno das caixas.

Como a frequência absoluta é 100, então ela será igual ao valor em porcentagem. A frequência relativa representa a porcentagem dividida por 100.

Sabendo disso, vamos completar os valores na tabela:

Volume (L)	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Porcentagem (%)
10	10	0,1	10
20	30	0,3	30
45	20	0,2	20
60	40	0,4	40
Total	100	1	100

Veja que não foi dado valor de frequência nem de porcentagem para o volume de 20L. Seu percentual corresponde ao que falta para chegar a 100%: $100 - 10 - 20 - 40 = 30\%$.

De acordo com a tabela, vamos analisar o gráfico apresentado: os valores do eixo x correspondem ao volume (L) e os do eixo y, aos percentuais correspondentes. Veja que os volumes de 20L e 45L estão com os percentuais trocados (o correto seria 30% e 20%, respectivamente). Alternativa ERRADA.

() A média aritmética dos volumes dessas caixas é igual a 40 L.

A fórmula para achar a média é dada por:

$$\text{Média} = \frac{\sum \text{Volume} \times \text{Frequência Absoluta}}{\sum \text{Frequência Absoluta}}$$

$$\text{Média} = \frac{10 \times 10 + 20 \times 30 + 45 \times 20 + 60 \times 40}{100}$$

$$\text{Média} = \frac{100 + 600 + 900 + 2400}{100}$$

$$\text{Média} = \frac{4000}{100}$$

$$\text{Média} = 40 \text{ L}$$

Alternativa CORRETA.

Resposta: E C

32. CESGRANRIO – ANP – 2016)

Os faturamentos de uma empresa nos três primeiros trimestres de 2015 foram confirmados e são dados a seguir. 1º Trimestre: R\$ 1.000.000,00 2º Trimestre: R\$ 3.000.000,00 3º Trimestre: R\$ 5.000.000,00 O faturamento da empresa previsto para o 4º Trimestre é de R\$ 6.000.000,00. A média aritmética dos quatro faturamentos foi calculada e considerada como uma previsão em um relatório de final de ano, sendo

representada por M_{prov} . A média aritmética dos quatro faturamentos trimestrais confirmados será 20% maior do que M_{prov} se o faturamento do 4º Trimestre for maior do que o previsto em

- (A) 20%
- (B) 25%
- (C) 40%
- (D) 50%
- (E) 80%

RESOLUÇÃO:

A média prevista é:

$$\text{Média prevista} = 1 + 3 + 5 + 6 = 15 \text{ milhões}$$

Para a média confirmada ser 20% superior a isto, ela deve ser de:

$$\text{Média confirmada} = 15 \times (1+20\%) = 15 \times 1,20 = 18 \text{ milhões}$$

Para isto, repare que precisamos de $18 - 15 = 3$ milhões a mais. Ou seja, o faturamento do 4º trimestre deve ser de 3 milhões a mais que o previsto. Percentualmente, trata-se de uma diferença de $3 / 6 = 1 / 2 = 0,5 = 50\%$.

Resposta: D

33. FGV – TCE/SE – 2015)

A média de cinco números de uma lista é 19. A média dos dois primeiros números da lista é 16. A média dos outros três números da lista é:

- (A) 13;
- (B) 15;
- (C) 17;
- (D) 19;
- (E) 21.

RESOLUÇÃO:

Lembre inicialmente que:

$$\text{Média} = \text{soma} / \text{quantidade}$$

Assim, como a média dos 5 primeiros é 19:

$$19 = \text{soma dos 5 primeiros} / 5$$

$$19 \times 5 = \text{soma dos 5 primeiros}$$

$95 =$ soma dos 5 primeiros

Como a média dos 2 primeiros é 16:

$16 =$ soma dos 2 primeiros / 2

$32 =$ soma dos 2 primeiros

Assim, a soma dos outros 3 é:

Soma dos outros 3 = $95 - 32 = 63$

A média deles é:

Média = soma dos outros 3 / 3

Média = $63 / 3$

Média = 21

Resposta: E

34. VUNESP – Prefeitura de São Paulo – 2015)

Utilize o texto e as tabelas para responder à questão. Duas amostras de 8 pessoas foram escolhidas em duas escolas, A e B, para a realização de um estudo sobre a obesidade entre adolescentes. As 16 pessoas foram pesadas, e o resultado está expresso nas tabelas a seguir:

Escola A		Escola B	
Pessoas	Massa (kg)	Pessoas	Massa (kg)
1	62	1	73
2	63	2	66
3	65	3	70
4	60	4	71
5	64	5	72
6	63	6	71
7	66	7	72
8	61	8	73

Percentualmente, a média aritmética das massas dos alunos relacionados da escola B supera a média aritmética das massas dos alunos relacionados da escola A em, aproximadamente,

- a) 17%.
- b) 13%.
- c) 21%.

d) 18%.

e) 9%

RESOLUÇÃO:

Vamos calcular a média do peso dos alunos da escola A:

$$\text{Média A} = \frac{\text{Soma dos pesos}}{\text{n}^\circ \text{ de alunos}}$$

$$\text{Média A} = \frac{62 + 63 + 65 + 60 + 64 + 63 + 66 + 61}{8}$$

$$\text{Média A} = \frac{504}{8} = 63$$

$$\text{Média B} = \frac{73 + 66 + 70 + 71 + 72 + 71 + 72 + 73}{8}$$

$$\text{Média B} = \frac{568}{8} = 71$$

O percentual que a média aritmética das massas dos alunos relacionados da escola B supera a média aritmética das massas dos alunos relacionados da escola A é dado por:

$$\frac{\text{Média B} - \text{Média A}}{\text{Média A}} = \frac{71 - 63}{63} = \frac{8}{63} = 0,127 \cong 13\%$$

Portanto, a alternativa B é o gabarito da questão.

Resposta: B**35. VUNESP – Câmara de Itatiba/SP – 2015)**

A tabela apresenta o número de unidades utilizadas de um material de escritório, em determinado departamento, no primeiro quadrimestre de 2015.

Mês	UNIDADES UTILIZADAS
Janeiro	120
Fevereiro	180
Março	210
Abril	140

Sabendo-se que a razão entre o número de unidades utilizadas em maio de 2015 e a média mensal das unidades utilizadas no primeiro quadrimestre de 2015 foi 0,8, pode-se corretamente afirmar que, em maio de 2015, o número de unidades utilizadas foi

(A) 130.

(B) 125.

(C) 120.

(D) 115.

(E) 110.

RESOLUÇÃO:

A média do 1º quadrimestre foi:

$$\text{Média 1º quadrimestre} = (120 + 180 + 210 + 140) / 4 = 162,5$$

A razão entre o número de unidades utilizadas em maio de 2015 e a média mensal das unidades utilizadas no primeiro quadrimestre de 2015 foi 0,8, ou seja:

$$\text{Maio} / \text{Média 1º quadrimestre} = 0,8$$

$$\text{Maio} / 162,5 = 0,8$$

$$\text{Maio} = 0,8 \times 162,5 = 130$$

Resposta: A

36. VUNESP – Câmara de São José do Rio Preto – 2015)

Uma pesquisa mostrou quantos filhos, em média, cada família tinha em uma determinada cidade. Observe os resultados representados na tabela.

Número de famílias	Número de filhos
25	0
40	1
55	2
15	3
12	4
3	5
0	Acima de 5

É correto afirmar que

- (A) foram entrevistadas apenas 145 famílias.
- (B) a maioria das famílias têm apenas 1 filho.
- (C) as famílias com apenas 3 filhos correspondem a 15 % dos entrevistados.
- (D) a média de filhos por família entrevistada é 1,72.
- (E) 30 famílias têm 3 ou 4 filhos.

RESOLUÇÃO:

Veja que o total de famílias entrevistadas é:

$$\text{Famílias} = 25 + 40 + 55 + 15 + 12 + 3 = 150$$

Fica claro que a maioria das famílias NÃO tem apenas 1 filho. Já as famílias com 3 filhos são 15 em 150, ou seja, 10%. As famílias com 3 ou 4 filhos são $12 + 15 = 27$.

Podemos descartar rapidamente as alternativas A, B, C e E, ficando claro que a correta é a letra D. De qualquer forma, vamos calcular a média:

$$\text{Média} = (25 \times 0 + 40 \times 1 + 55 \times 2 + 15 \times 3 + 12 \times 4 + 3 \times 5) / 150$$

$$\text{Média} = 258 / 150$$

$$\text{Média} = 1,72$$

Resposta: D

Fim de aula. Até o próximo encontro!

Saudações,

Prof. Arthur Lima



ProfArthurLima



ProfArthurLima



Professor Arthur Lima

Lista de questões da aula

1. FCC – TRT/SP – 2018)

Os preços médios anuais de venda desde 2010 de um certo produto no mercado permitiram montar a tabela abaixo, em que foram considerados como índices os preços relativos em porcentagens, adotando o preço médio anual de venda do produto no ano de 2012 como básico.

Anos	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Preços relativos	80	90	100	108	115	118	120	126

O preço médio anual de venda deste produto em 2011 foi de R\$ 135,00. Isto significa que o módulo da diferença entre os preços médios anuais de venda correspondentes aos anos de 2010 e 2017 foi de

- a) R\$ 109,00
- b) R\$ 81,00
- c) R\$ 54,00
- d) R\$ 69,00
- e) R\$ 89,00

2. FCC – SEFAZ/GO – 2018)

Os matemáticos definem diferentes tipos de médias entre dois números positivos e, para cada aplicação, escolhem qual o tipo mais adequado a ser utilizado. A média harmônica H entre os números positivos a e b, por exemplo, é definida como o inverso da média aritmética dos inversos desses números, ou seja,

$$H = \frac{1}{\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}}$$

A média aritmética dos números 5 e 20 supera a média harmônica desses mesmos números em

- (A) 4 unidades.
- (B) 4,25 unidades.
- (C) 4,5 unidades.
- (D) 4,75 unidades.
- (E) 5 unidades.

3. VUNESP – CÂMARA DE DOIS CÓRREGOS – 2018)

Em uma empresa na qual são comercializados produtos natalinos, a média aritmética das receitas mensais do 4º trimestre de 2016 foi igual ao triplo da média aritmética das receitas mensais do trimestre imediatamente

anterior. Se a receita total do segundo semestre de 2016 foi igual a 9 milhões de reais, então a receita total do 3º trimestre desse mesmo ano foi, em milhões de reais, igual a

- (A) 2,0.
- (B) 2,25.
- (C) 2,75.
- (D) 3,0.
- (E) 3,25.

4. VUNESP – CÂMARA DE DOIS CÓRREGOS – 2018)

A tabela mostra o número de processos que cada um dos funcionários de uma firma de advocacia arquivou no decorrer de alguns meses.

Nº de funcionários	Nº de processos arquivados por funcionário
2	0
5	1
?	2
1	5

Considerando-se o número total de processos arquivados, cada funcionário arquivou, em média, 1,5 processo. O número de funcionários que arquivaram, cada um deles, 2 processos foi

- (A) 2.
- (B) 3.
- (C) 4.
- (D) 5.
- (E) 6.

5. VUNESP – PREF. GARÇA – 2018)

Na escola em que a professora Lígia trabalha, a nota final é calculada por meio da média ponderada das notas que o aluno tirou nos quatro bimestres, sendo que o primeiro e o segundo bimestres têm peso 1, cada um, o terceiro bimestre tem peso 3, e o quarto bimestre tem peso 5. Se A, B, C e D correspondem às notas que cada aluno tirou no primeiro, segundo, terceiro e quarto bimestres, respectivamente, então a professora Lígia pode calcular a nota final de cada aluno fazendo a seguinte operação:

$$(A) \frac{A+B+C+D}{4}$$

$$(B) \frac{A+B+C+D}{10}$$

$$(C) \frac{A+B+3 \cdot C+5 \cdot D}{8}$$

$$(D) \frac{A+B+3 \cdot C+5 \cdot D}{4}$$

$$(E) \frac{A+B+3 \cdot C+5 \cdot D}{10}$$

6. VUNESP – Pref. de Mogi das Cruzes – 2018)

Determinado departamento de uma empresa realizou, em um mesmo mês, três reuniões. A tabela a seguir mostra o tempo de duração de cada uma delas.

Reuniões	Tempo de duração
1ª	1 hora e 20 minutos
2ª	1 hora e 40 minutos
3ª	?

Considerando-se o tempo total das três reuniões, cada reunião durou, em média, 1 hora e 45 minutos. O tempo de duração da 3ª reunião foi

- (A) 2 horas e 15 minutos.
- (B) 2 horas e 10 minutos.
- (C) 2 horas e 05 minutos.
- (D) 1 hora e 55 minutos.
- (E) 1 hora e 50 minutos.

7. VUNESP – Pref. de São José dos Campos – 2018)

A média aritmética diária de vendas realizadas em seis dias por um estabelecimento comercial foi de R\$ 6.700,00. Na tabela, constam os valores das vendas de alguns desses dias:

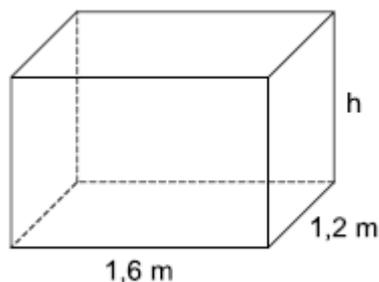
Dia da semana	Valor em vendas
Segunda-feira	R\$ 4.800,00
Terça-feira	R\$ 6.900,00
Quarta-feira	R\$ 8.200,00
Quinta-feira	x
Sexta-feira	y
Sábado	z

Com base nas informações, é correto afirmar que a média aritmética diária dos três últimos dias de vendas é maior que a média aritmética diária dos seis dias em, aproximadamente,

- (A) R\$ 65,00.
- (B) R\$ 67,00.
- (C) R\$ 69,00.
- (D) R\$ 71,00.
- (E) R\$ 73,00.

8. VUNESP - TJ/SP - 2018)

Um estabelecimento comercial possui quatro reservatórios de água, sendo três deles de formato cúbico, cujas respectivas arestas têm medidas distintas, em metros, e um com a forma de um paralelepípedo reto retângulo, conforme ilustrado a seguir.



Sabe-se que, quando totalmente cheios, a média aritmética dos volumes de água dos quatro reservatórios é igual a $1,53 \text{ m}^3$, e que a média aritmética dos volumes de água dos reservatórios cúbicos, somente, é igual a $1,08 \text{ m}^3$. Desse modo, é correto afirmar que a medida da altura do reservatório com a forma de bloco retangular, indicada por h na figura, é igual a

- (A) 1,45 m.
- (B) 1,35 m.
- (C) 1,55 m.
- (D) 1,50 m.
- (E) 1,40 m.

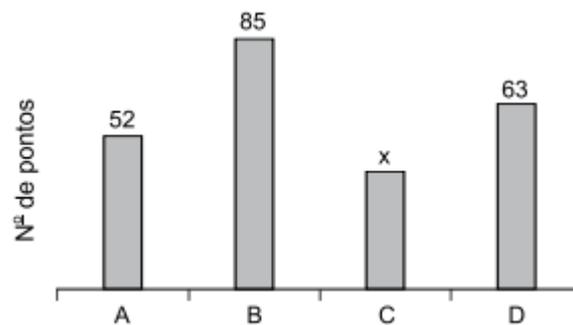
9. VUNESP – CÂMARA SJC– 2018)

Em um concurso, a nota final de cada candidato é calculada pela média aritmética ponderada das notas das três fases de avaliação previstas, com pesos 2, 3 e 5, para as primeira, segunda e terceira fases, respectivamente. Para ser classificado no concurso, o candidato tem que atingir nota final maior ou igual a 6. Sendo assim, um candidato que tirou notas 5 e 6 nas primeira e segunda fases, respectivamente, para ser classificado no concurso, precisa tirar, na terceira fase, uma nota mínima igual a

- (A) 6,2.
- (B) 6,4.
- (C) 6,6.
- (D) 6,8.
- (E) 7,0.

10. VUNESP – PM/SP – 2018)

O gráfico apresenta o número de pontos obtidos pelos grupos A, B, C e D, que participaram de uma atividade recreativa.



Sabendo que o número de pontos obtidos pelo grupo A foi 30% maior que o número de pontos obtidos pelo grupo C, então, na média, o número de pontos obtidos por um grupo foi

- (A) 70.
- (B) 50.
- (C) 60.
- (D) 55.
- (E) 65.

11. CESPE – ABIN – 2018)

evolução da quantidade de docentes por etapa de ensino Brasil 2013 – 2017				
ano	educação infantil	anos iniciais do ensino fundamental	anos finais do ensino fundamental	ensino médio
2013	478.811	750.366	802.902	507.617
2014	502.445	757.950	797.577	522.426
2015	518.308	758.840	786.140	522.826
2016	540.567	763.927	778.561	519.883
2017	557.541	761.737	764.731	509.814
soma total das quantidades de docentes no período	2.597.672	3.792.820	3.929.911	2.582.566

Com base nos dados da tabela anterior, extraídos do Relatório das Notas Estatísticas do Censo Escolar de 2017, do INEP, julgue os itens a seguir.

() A média do quantitativo de docentes do ensino médio entre os anos de 2013 e 2017 foi superior à média do quantitativo de docentes da educação infantil para o mesmo período.

12. CESPE – SEDUC/AL – 2018)

Acerca de probabilidade e estatística, julgue os próximos itens.

() Situação hipotética: A média aritmética dos pesos dos 60 alunos de uma sala de aulas é igual a 51,8 kg. Nessa sala, a média aritmética do peso dos meninos é de 62 kg e das meninas, 45 kg. Assertiva: Nesse caso, essa sala de aulas tem 24 meninos e 36 meninas.

13. CESGRANRIO - PETROBRÁS - 2018)

Em uma avaliação na qual é atribuído grau de zero a dez, um hotel obteve média 8 em quarenta e nove avaliações. O avaliador seguinte atribuiu ao hotel nota zero. Para que a média de notas do hotel passe a ser maior que 8, será necessário, no mínimo, a avaliação de mais quantos hóspedes?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

14. CESGRANRIO – BASA – 2018)

Sabe-se que 30% dos clientes de um banco são do sexo masculino e os 70% restantes são do sexo feminino. Entre os clientes do sexo masculino, a média do tempo de vínculo com o banco é igual a 4 anos e, entre os clientes do sexo feminino, é igual a 6 anos. Considerando-se todos os clientes, de ambos os sexos, qual é a média do tempo de vínculo de cada um com o banco?

- (A) 6 anos
- (B) 5,7 anos
- (C) 5 anos
- (D) 5,3 anos
- (E) 5,4 anos

15. CESGRANRIO – BANCO DO BRASIL – 2018)

Uma empresa cria uma campanha que consiste no sorteio de cupons premiados. O sorteio será realizado em duas etapas. Primeiramente, o cliente lança uma moeda honesta:

se o resultado for “cara”, o cliente seleciona, aleatoriamente, um cupom da urna 1;

se o resultado for “coroa”, o cliente seleciona, aleatoriamente, um cupom da urna 2.

Sabe-se que 30% dos cupons da urna 1 são premiados, e que 40% de todos os cupons são premiados. Antes de começar o sorteio, a proporção de cupons premiados na urna 2 é de

- (A) 50%
- (B) 25%
- (C) 5%
- (D) 10%
- (E) 15%

16. IAUPE – CBM/PE – 2018)

Cada um dos 30 bombeiros de uma sala obteve, na avaliação da seleção, nota 5 ou nota 10. A média aritmética dessas notas foi 6.

É CORRETO afirmar que o número de bombeiros que obtiveram as notas 5 e 10, respectivamente, é

- A) 12 e 18.
- B) 18 e 12.
- C) 15 e 15.
- D) 6 e 24.

E) 24 e 6.

17.FCC – SABESP – 2017)

A média aritmética de três números a , b e c é 20. A média aritmética de a e b é 16. O valor de c é igual a

- a) 24.
- b) 26.
- c) 30.
- d) 28.
- e) 32.

18.IBFC – EBSERH – 2017)

Os dados a seguir referem-se à questão.

Um levantamento amostral sobre o número de filhos de 50 funcionários foi realizado em uma empresa localizada em um município. Esse levantamento gerou a tabela a seguir:

Número de Filhos	Número de Funcionários
0	20
1	5
2	8
3	2
4	5
5	10
Total	50

A média aritmética do número de filhos dos funcionários da amostra é, aproximadamente:

- a) 3,00
- b) 1,94
- c) 2,50
- d) 1,62
- e) 3,33

19.IBFC – SEDUC/MT – 2017)

Com a ajuda de um globo para sorteio de bingo, foram sorteados de forma aleatória, os seguintes números – 02, 45, 13, 54, 22, 23, 09. Analisando os números, um estudante concluiu que a média aritmética destes números é 24, a mediana é 22 e distribuição é amodal. Sobre os valores e conclusões deste estudante, analise as afirmativas a seguir assinale a alternativa correta.

I. A média aritmética é a soma de todos os valores presentes na distribuição.

II. A mediana é o valor central que divide a distribuição dos valores ordenados em dois, sendo os que estão à esquerda são menores e os que estão à direita são maiores que o elemento central.

III. A moda é a frequência de aparecimento de um número em uma distribuição, como no bingo as bolas não retornam para a esfera, não há repetições.

IV. A média aritmética está errada pois deveria ter o mesmo valor da mediana.

Assinale a alternativa que contenha somente as afirmações corretas:

- a) I apenas
- b) II e IV apenas
- c) II, III, IV apenas
- d) II e III apenas
- e) III apenas

20. VUNESP – MP/SP – 2016)

A média de salários dos 13 funcionários de uma empresa é de R\$ 1.998,00. Dois novos funcionários foram contratados, um com o salário 10% maior que o do outro, e a média salarial dos 15 funcionários passou a ser R\$ 2.013,00. O menor salário, dentre esses dois novos funcionários, é igual a

- (A) R\$ 2.008,00.
- (B) R\$ 2.010,00.
- (C) R\$ 2.004,00.
- (D) R\$ 2.002,00.
- (E) R\$ 2.006,00.

21. FCC - ARSETE – 2016)

Uma carteira aplica 25% na ação A, 40% na ação B e o restante na ação C. Os retornos das ações A, B e C são, respectivamente, 10%, 12% e 20%. O retorno médio da carteira será

- a) 14,5%.
- b) 14,8%.
- c) 14,6%.

d) 14,0%.

e) 14,3%.

22. IADES – PCDF – 2016)

A média das idades dos 45 empregados de uma corporação é de 32 anos. Para os próximos meses, estão previstas as aposentadorias de cinco empregados cuja média de idades é de 62 anos. Considerando essa situação hipotética, é correto afirmar que, após a efetivação de todas as aposentadorias, a média das idades da corporação passará a ser a seguinte:

(A) 25,11 anos

(B) 26 anos

(C) 28,25 anos

(D) 30,75 anos

(E) 36 anos

23. FGV – PREF PAULÍNIA – 2016)

Você recebeu um relatório do desempenho dos alunos de duas turmas de uma mesma série do seu colégio, conforme a tabela a seguir:

Turma	Número de alunos	Média em Matemática (máximo 100)
A	20	80
B	30	72
Total	50	76

Supondo que as informações relativas às turmas A e B isoladamente estão corretas, deduz-se que a média relativa ao total de alunos das duas turmas está

a) correta também.

b) errada, pois o valor correto é 75,5.

c) errada, pois o valor correto é 75,2.

d) errada, pois o valor correto é 74,5.

e) errada, pois o valor correto é 74,3.

24. FGV – TJ/RO – 2015)

A média do número de páginas de cinco processos que estão sobre a mesa de Tânia é 90. Um desses processos, com 130 páginas, foi analisado e retirado da mesa de Tânia. A média do número de páginas dos quatro processos que restaram é:

- (A) 70;
- (B) 75;
- (C) 80;
- (D) 85;
- (E) 90.

25.FGV – TJ/RO – 2015)

Humberto é digitador e trabalha todos os dias no fim do expediente de um cartório o tempo necessário para realizar a digitação dos trabalhos do dia. Durante uma semana, ele anotou quanto tempo trabalhou em cada dia no serviço de digitação e o resultado está no quadro abaixo:

Dias	Tempo de trabalho (horas: minutos)
segunda-feira	2:20
terça-feira	3:00
quarta-feira	5:30
quinta-feira	6:10
sexta-feira	5:40

Nessa semana, o tempo médio de trabalho por dia de Humberto foi de:

- (A) 4:32;
- (B) 4:36;
- (C) 4:42;
- (D) 4:48;
- (E) 4:54.

26.FGV – Prefeitura de Niterói – 2015)

A média das idades dos cinco jogadores mais velhos de um time de futebol é 34 anos. A média das idades dos seis jogadores mais velhos desse mesmo time é 33 anos. A idade, em anos, do sexto jogador mais velho desse time é:

- (A) 33;
- (B) 32;
- (C) 30;
- (D) 28;

(E) 26.

27.FGV – DPE/MT – 2015)

Em um canil há 42 cães adultos, dos quais metade são fêmeas. Um terço das fêmeas teve filhotes e, em média, cada uma destas fêmeas teve cinco filhotes. O número total de cães, adultos e filhotes, nesse canil é

(A) 70.

(B) 77.

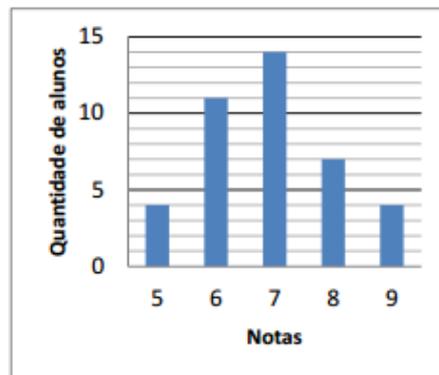
(C) 84.

(D) 91.

(E) 98.

28.FGV – DPE/RO – 2015)

Em um curso de treinamento dos funcionários de uma empresa, as notas dos alunos de uma turma na prova final estão no gráfico a seguir:



A média dos alunos dessa turma foi:

(A) 6,5;

(B) 6,7;

(C) 6,9;

(D) 7,0;

(E) 7,3

29.FGV – TJRJ – 2014)

A tabela a seguir mostra, em ordem crescente, os números de processos pendentes de julgamento, em 30 de setembro de 2014, nas oito Câmaras Criminais do Estado do Rio de Janeiro (não identificadas na tabela).

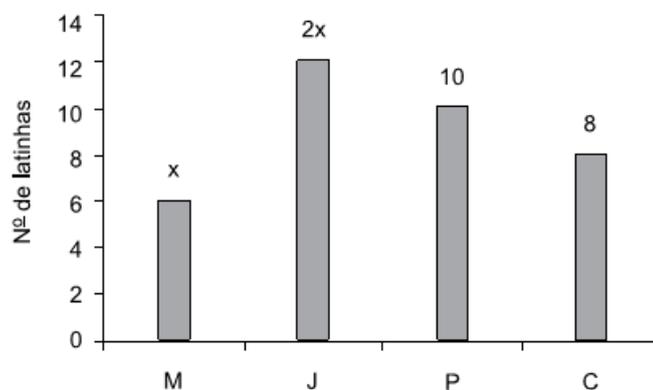
366	421	569	1030	1088	1139	1640	1853
-----	-----	-----	------	------	------	------	------

Seja M a média do número de processos pendentes de julgamento em 30 de setembro de 2014. O número de Câmeras Criminais com número de processos pendentes de julgamento maiores do que M é:

- (A) 2;
- (B) 3;
- (C) 4;
- (D) 5;
- (E) 6.

30. VUNESP - PM/SP - 2015)

Quatro amigos, Marcos (M), Jorge (J), Pedro (P) e Caio (C) foram a um churrasco e cada um deles levou uma determinada quantidade de latinhas de cerveja, conforme mostra o gráfico.



Considerando-se o número total de latinhas de cerveja levadas pelos quatro amigos, na média, o número de latinhas por pessoa foi 9. O número de latinhas de cerveja levadas por Jorge foi

- a) 10.
- b) 11.
- c) 9.
- d) 8.
- e) 12.

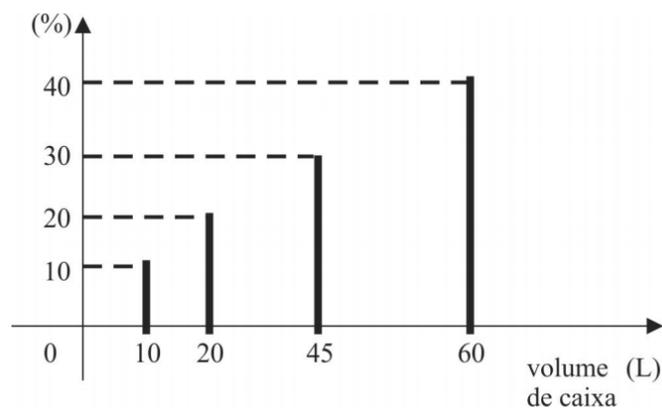
31. CESPE – FUB – 2016)

Em um almoxarifado há, em estoque, 100 caixas na forma de paralelepípedos retângulos. Na tabela a seguir são mostrados alguns valores da frequência absoluta, da frequência relativa e da porcentagem da variável volume interno da caixa, em litros (L).

volume da caixa (L)	frequência absoluta	frequência relativa	porcentagem (%)
10	10	*	*
20	*	*	*
45	*	0,2	*
60	*	*	40
Total	100	1	100

Considerando essas informações, julgue os seguintes itens.

() A figura a seguir mostra, corretamente, o gráfico de barras da variável volume interno das caixas.



() A média aritmética dos volumes dessas caixas é igual a 40 L.

32. CESGRANRIO – ANP – 2016)

Os faturamentos de uma empresa nos três primeiros trimestres de 2015 foram confirmados e são dados a seguir. 1º Trimestre: R\$ 1.000.000,00 2º Trimestre: R\$ 3.000.000,00 3º Trimestre: R\$ 5.000.000,00 O faturamento da empresa previsto para o 4º Trimestre é de R\$ 6.000.000,00. A média aritmética dos quatro faturamentos foi calculada e considerada como uma previsão em um relatório de final de ano, sendo representada por M_{prov} . A média aritmética dos quatro faturamentos trimestrais confirmados será 20% maior do que M_{prov} se o faturamento do 4º Trimestre for maior do que o previsto em

- (A) 20%
- (B) 25%
- (C) 40%
- (D) 50%
- (E) 80%

33. FGV – TCE/SE – 2015)

A média de cinco números de uma lista é 19. A média dos dois primeiros números da lista é 16. A média dos outros três números da lista é:

- (A) 13;
- (B) 15;
- (C) 17;
- (D) 19;
- (E) 21.

34. VUNESP – Prefeitura de São Paulo – 2015)

Utilize o texto e as tabelas para responder à questão. Duas amostras de 8 pessoas foram escolhidas em duas escolas, A e B, para a realização de um estudo sobre a obesidade entre adolescentes. As 16 pessoas foram pesadas, e o resultado está expresso nas tabelas a seguir:

Escola A		Escola B	
Pessoas	Massa (kg)	Pessoas	Massa (kg)
1	62	1	73
2	63	2	66
3	65	3	70
4	60	4	71
5	64	5	72
6	63	6	71
7	66	7	72
8	61	8	73

Percentualmente, a média aritmética das massas dos alunos relacionados da escola B supera a média aritmética das massas dos alunos relacionados da escola A em, aproximadamente,

- a) 17%.
- b) 13%.
- c) 21%.
- d) 18%.
- e) 9%

35. VUNESP – Câmara de Itatiba/SP – 2015)

A tabela apresenta o número de unidades utilizadas de um material de escritório, em determinado departamento, no primeiro quadrimestre de 2015.

Mês	UNIDADES UTILIZADAS
Janeiro	120
Fevereiro	180
Março	210
Abril	140

Sabendo-se que a razão entre o número de unidades utilizadas em maio de 2015 e a média mensal das unidades utilizadas no primeiro quadrimestre de 2015 foi 0,8, pode-se corretamente afirmar que, em maio de 2015, o número de unidades utilizadas foi

- (A) 130.
- (B) 125.
- (C) 120.
- (D) 115.
- (E) 110.

36. VUNESP – Câmara de São José do Rio Preto – 2015)

Uma pesquisa mostrou quantos filhos, em média, cada família tinha em uma determinada cidade. Observe os resultados representados na tabela.

Número de famílias	Número de filhos
25	0
40	1
55	2
15	3
12	4
3	5
0	Acima de 5

É correto afirmar que

- (A) foram entrevistadas apenas 145 famílias.
- (B) a maioria das famílias têm apenas 1 filho.
- (C) as famílias com apenas 3 filhos correspondem a 15 % dos entrevistados.
- (D) a média de filhos por família entrevistada é 1,72.
- (E) 30 famílias têm 3 ou 4 filhos.

Gabarito

1. D	13. E	25. A
2. C	14. E	26. D
3. B	15. A	27. B
4. C	16. E	28. C
5. E	17. D	29. D
6. A	18. B	30. E
7. B	19. D	31. EC
8. D	20. B	32. D
9. B	21. E	33. E
10. C	22. C	34. B
11. E	23. C	35. A
12. C	24. C	36. D