

Prof. Arthur Lima, Prof. Hugo Lima

Sumário

SUMÁRIO	
APRESENTAÇÃO	
COMO ESTE CURSO ESTÁ ORGANIZADO	
MÉDIA ARITMÉTICA	8
Introdução	8
Cálculo da média para uma lista de dados ("dados em rol")	8
Cálculo da média para uma tabela de frequências	12
Cálculo da média para dados agrupados em classes	
Propriedades da média aritmética	1
Média aritmética ponderada	19
QUESTÕES DE PROVA COMENTADAS	2
LISTA DE QUESTÕES	43
GABARITO	
RESUMO DIRECIONADO	_
RESUMO DIRECTONADO	5 3





Apresentação



Olá, tudo bem? Sou o professor Arthur Lima. Seja muito bem-vindo a esse meu curso! Aqui no **Direção Concursos** sou responsável pelas disciplinas de Matemática, Raciocínio Lógico, Matemática Financeira e Estatística. Também sou um dos coordenadores do site.

Caso não me conheça, sou Engenheiro Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Fui aprovado nos concursos de Auditor-Fiscal e Analista-Tributário da Receita Federal, e exerci o cargo de Auditor por 6 anos. Antes, fui

engenheiro na EMBRAER S/A por 5 anos. Sou professor há 11 anos, sendo 4 em preparatórios para vestibular e 7 em preparatórios para concursos públicos. Ao longo deste tempo pude ver muitos alunos sendo aprovados nos concursos públicos mais disputados do país — e pude ver inúmeros alunos que tinham MUITA DIFICULDADE em exatas superarem o "trauma" e conseguirem excelentes desempenhos em suas provas. Espero que o mesmo aconteça contigo! Sempre me preocupo muito em atender os alunos com maior dificuldade, pois sei que o ensino de exatas no Brasil é muito ruim. Estaremos juntos nesta jornada até a sua APROVAÇÃO, combinado? E vamos encurtar este caminho! Também contaremos com a colaboração do professor Hugo Lima neste curso. Veja a apresentação dele abaixo:

Olá! Meu nome é Hugo Lima e sou Engenheiro Mecânico-Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Trabalhei por 5 anos e meio na Força Aérea Brasileira, como oficial engenheiro, sendo que, no período final, tive que conciliar o trabalho com o estudo para o concurso da Receita Federal. Fui aprovado para o cargo de Auditor-Fiscal em 2012, cargo que exerço atualmente. Trabalho com concursos públicos desde 2014 sempre com as matérias de exatas!



É com MUITA ALEGRIA que iniciamos este curso de **ESTATÍSTICA**. A programação de aulas, que você verá mais adiante, foi concebida especialmente para a sua preparação focada na **PCDF**. Tomamos por base o **EDITAL PUBLICADO EM 01/07/2020**, e cobriremos TODOS os tópicos exigidos pela banca **CEBRASPE/CESPE**, ok? Nada vai ficar de fora, este curso deve ser o seu **ÚNICO material de estudo**! E você também não perderá tempo estudando assuntos que não serão cobrados na sua prova. Deste modo, você aproveita o tempo da melhor forma possível, estuda de modo totalmente focado, e aumenta as suas chances de aprovação.

Neste material você terá:



Curso completo em VÍDEO

teoria e exercícios resolvidos sobre TODOS os pontos do edital

Curso completo escrito (PDF)

teoria e MAIS exercícios resolvidos sobre TODOS os pontos do edital

Fórum de dúvidas

para você sanar suas dúvidas DIRETAMENTE conosco sempre que precisar

Você nunca estudou Estatística para concursos? Não tem problema, este curso também te atende. Nós veremos toda a teoria que você precisa e resolveremos centenas de exercícios para que você possa praticar bastante cada aspecto estudado. Nossa recomendação, nestes casos, é que você comece assistindo as videoaulas, para em seguida enfrentar as aulas em PDF. E fique à vontade para me procurar no fórum de dúvidas sempre que for necessário.

Caso você queira tirar alguma dúvida antes de adquirir o curso, basta me enviar um email ou um direct pelo Instagram:



professorArthurLima@hotmail.com



ProfArthurLima

Conheça ainda as minhas outras redes sociais para acompanhar de perto o meu trabalho:







Como este curso está organizado

Como já adiantei, neste curso nós veremos EXATAMENTE o que foi exigido pela banca **CEBRASPE** no seu edital. Os tópicos cobrados foram os seguintes:

MATEMÁTICA E RACIOCÍNIO LÓGICO: 1 Estatística descritiva e análise exploratória de dados: gráficos, diagramas, tabelas, medidas descritivas (posição, dispersão, assimetria e curtose). 2 Probabilidade. 2.1 Definições básicas e axiomas. 2.2 Probabilidade condicional e independência. 2.3 Variáveis aleatórias discretas e contínuas. 2.4 Distribuição de probabilidades. 2.5 Função de probabilidade. 2.6 Função densidade de probabilidade. 2.7 Esperança e momentos. 2.8 Distribuições especiais. 2.9 Distribuições condicionais e independência. 2.10 Transformação de variáveis. 2.11 Leis dos grandes números. 2.12 Teorema central do limite. 2.13 Amostras aleatórias. 2.14 Distribuições amostrais. 3 Inferência estatística. 3.1 Estimação pontual: métodos de estimação, propriedades dos estimadores, suficiência. 3.2 Estimação intervalar: intervalos de confiança, intervalos de credibilidade. 3.3 Testes de hipóteses: hipóteses simples e compostas, níveis de significância e potência de um teste, teste t de Student, teste qui-quadrado. 4 Análise de regressão linear. 4.1 Critérios de mínimos quadrados e de máxima verossimilhança. 4.2 Modelos de regressão linear. 4.3 Inferência sobre os parâmetros do modelo. 4.4 Análise de variância. 4.5 Análise de resíduos. 5 Técnicas de amostragem: amostragem aleatória simples, estratificada, sistemática e por conglomerados. 5.1 Tamanho amostral.

Para cobrir este edital integralmente, o nosso curso está organizado da seguinte forma:

Número da aula	Data de disponibilização	Assunto da aula
00	02/07	Média aritmética
01	07/07	Estatística descritiva e análise exploratória de dados: gráficos, diagramas, tabelas, medidas descritivas (posição). Amostras aleatórias. Técnicas de amostragem: amostragem aleatória simples, estratificada, sistemática e por conglomerados.
02	12/07	Medidas descritivas (dispersão, assimetria e curtose)
03	17/07	Princípios de contagem (Pré- requisito para Probabilidade)



04	22/07	Probabilidade. Definições básicas e axiomas. Probabilidade condicional e independência
05	27/07	Variáveis aleatórias discretas. Distribuição de probabilidades. Função de probabilidade.
06	02/08	Variáveis aleatórias contínuas. Distribuição de probabilidades. Função densidade de probabilidade. Esperança e momentos. Distribuições especiais. Distribuições condicionais e independência. Transformação de variáveis.
07	07/08	Inferência estatística. Estimação pontual: métodos de estimação, propriedades dos estimadores, suficiência. Estimação intervalar: intervalos de confiança, intervalos de credibilidade. Testes de hipóteses: hipóteses simples e compostas, níveis de significância e potência de um teste, teste t de Student, teste qui-quadrado. Distribuições amostrais. Tamanho amostral.
08	12/08	Análise de regressão linear. Critérios de mínimos quadrados e de máxima verossimilhança. Modelos de regressão linear. Inferência sobre os parâmetros do modelo.
09	17/08	Análise de variância. Análise de resíduos. Leis dos grandes números.



Que tal já iniciarmos o nosso estudo AGORA? Separei um conteúdo muito útil para você nesta aula demonstrativa. Trata-se deste ponto aqui do edital:

Média Aritmética

Este tema é mais conhecido como Lógica de Proposições, e **DESPENCA** nas provas de concursos! Portanto, mãos à obra!





Média Aritmética

Introdução

Certamente você ouve falar sobre alguma "média" praticamente todo dia: média salarial da sua categoria profissional, média de idade de um grupo de pessoas, velocidade média de um carro, expectativa média de vida dos brasileiros, etc. Acredito que você tenha uma noção de que a média é um número que, de alguma forma, representa uma característica de um grupo.

Por exemplo, se eu te disser que a idade média dos jogadores da seleção de futebol do Paquistão é de 23 anos, que imagem vem à sua mente? Por mais que provavelmente você não conheça nenhum jogador do Paquistão, você deve imaginar um grupo de jovens em torno de 23 anos, certo? Dificilmente você vai imaginar um grupo de crianças, ou um grupo de idosos... Portanto, a **média aritmética é uma medida que tenta resumir as características de um grupo em um único número**. Ao invés de listar as idades de todos os jogadores de futebol, é bem mais fácil eu te falar a idade média deles. Se eu te disser que a seleção da Jamaica tem idade média de 30 anos, você vai conseguir fazer uma comparação entre os dois times, concorda? Vai imaginar que os jogadores da Jamaica tendem a ser mais velhos que os do Paquistão — embora possam existir jogadores paquistaneses mais velhos que alguns dos jamaicanos.

Ao longo das próximas seções nós vamos aprender como calcular a média em diversas situações. Veremos que, conforme os dados nos forem apresentados, o cálculo deve ser feito de forma diferente. Também vamos conhecer algumas propriedades da média que nos permitem realizar análises mais rápidas. E, por fim, falaremos de outros tipos de média, além da média aritmética, que é a mais comum de todas (e mais cobrada em prova).

Cálculo da média para uma lista de dados ("dados em rol")

De maneira geral, a média é o resultado da divisão entre:

- a soma de todos os valores da variável observada; e
- a quantidade de valores da variável.

Isto é,

$$M\'{e}dia = rac{Soma~dos~valores}{quantidade~de~valores}$$

Imagine que temos 4 colegas de turma reunidos, e a variável X que representa o número de irmãos que cada um tem. Descobrimos que as quantidades de irmãos de cada um são: {2, 3, 5, 5}. Ou seja, um colega tem 2 irmãos, outro colega tem 3 irmãos, e outros dois colegas possuem 5 irmãos cada um. **Qual é a quantidade média de irmãos que esses colegas possuem?** Repare que basta fazermos:

$$\label{eq:media} \textit{M\'edia} = \frac{\textit{Soma dos valores}}{\textit{quantidade de valores}} = \frac{2+3+5+5}{4} = \frac{15}{4} = 3,75 \; \textit{irm\~aos}$$



Portanto, em média os colegas possuem 3,75 irmãos. Note que é impossível uma pessoa ter exatamente "3,75 irmãos". É preciso ter muito cuidado ao interpretar o valor obtido com a média. De qualquer forma, perceba que 3,75 é um número que se situa entre o menor (2) e o maior (5) valores da distribuição. Isto sempre vai acontecer. **Não é possível ter uma média inferior ao menor valor, e nem superior ao maior valor.**

De maneira mais técnica, a fórmula para o cálculo da média de uma variável aleatória X é:

$$M\acute{e}dia = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

(leia: a média é igual ao somatório dos valores X_i, com i variando de 1 até n, dividido por n)

Esta fórmula, que é a mesma da anterior, deve ser usada quando a questão nos fornecer uma <u>lista de valores</u>. Alguns autores chamam isso de "dados em rol". Nestes casos, como vimos, basta somar todos os valores e dividir esta soma pela quantidade de valores.

Veja comigo essa questão:

CEPERJ – SEFAZ/RJ – 2013) Um filme foi exibido em um cinema em 8 diferentes sessões, ao longo de todo o dia. O número de presentes em cada sessão é mostrado na tabela abaixo:

Sessão	Número de presentes	Sessão	Número de presentes
1	88	5	94
2	102	6	82
3	90	7	80
4	76	8	68

O número médio de pessoas por sessão corresponde a:

A) 68

B) 72

C) 76

D) 81

E) 85

RESOLUÇÃO:

Veja que temos uma lista de dados, que podemos representar assim: {88, 102, 90, 76, 94, 82, 80, 68). São OITO valores ao todo. Para calcular a média de uma lista de dados, basta fazer:

$$M\'{e}dia = rac{Soma~dos~valores}{quantidade~de~valores}$$



Ou seja,

Resposta: E

A partir da fórmula da média, podemos escrever também que:

Soma dos valores = Média x Quantidade

Este jeito de visualizar a fórmula pode ser muito útil em algumas questões. Veja esta:

VUNESP – PREF. SJC – 2012) A média aritmética de alturas de 10 alunos de um time de futebol é 175 cm. Dois novos alunos entram para o time, e a nova média de alturas passa a ser 178 cm. Se a diferença entre as alturas desses dois novos jogadores é 6 cm, o maior dos dois mede, em cm,

- (A) 188.
- (B) 190.
- (C) 192.
- (D) 194.
- (E) 196.

RESOLUÇÃO:

No início do enunciado, sabemos que a média de altura é 175cm, e a quantidade de jogadores é 10. Portanto,

Soma das alturas = Média x Quantidade

Soma das alturas = 175 x 10

Soma das alturas = 1750cm

Vamos chamar este valor simplesmente de "S". Sejam A e B as alturas dos dois novos jogadores. Após a inclusão dos dois, a média passa a ser de 178cm, e o total de jogadores passa a ser 12. Assim:

Média = Soma dos valores / quantidade

$$178 = (S + A + B) / 12$$

$$A + B = 386cm$$

Foi dito ainda que a diferença de altura entre esses dois novos jogadores é de 6cm. Ou seja,

$$A - B = 6$$



$$A = B + 6$$

Substituindo A por "B + 6" na equação A + B = 386, temos:

$$(B + 6) + B = 386$$

$$A = B + 6 = 190 + 6 = 196cm$$

Assim, o mais alto dos dois novos jogadores mede 196cm.

Resposta: E

Cálculo da média para uma tabela de frequências

Em algumas questões o examinador vai nos fornecer uma tabela de frequências, como esta abaixo:

Altura (X _i)	Fr <mark>equênci</mark> as (f _i)
1,50m	2
1,51m	2
1,53m	1
1,57m	10

Como ler essa tabela? Basta você saber que as frequências são o número de <u>repetições</u> de cada valor da nossa variável Altura. Isto é, temos 2 pessoas com 1,50m, temos outras 2 pessoas com 1,51m, apenas 1 pessoa com 1,53m, e um total de 10 pessoas com 1,57m.

Para calcularmos a altura média a partir de uma tabela de frequências como esta, devemos usar a seguinte fórmula (por favor não se assuste com a "cara" dela, você verá que o seu uso é relativamente simples):

$$M\acute{e}dia = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

(leia: a média é igual ao somatório dos produtos X_i , f_i dividido pela soma de f_i)

Nessa fórmula, Xi representa cada um dos valores que a variável X (ex.: altura) pode assumir, e fi representa a frequência (repetição) referente a cada um desses valores.

Embora a fórmula pareça estranha, a sua aplicação é bem simples. Basta você aproveitar a própria tabela que o examinador forneceu e criar uma nova coluna, na qual você vai calcular X_i.f_i, isto é, vai multiplicar os dados das duas colunas fornecidas. Veja:



Altura (X _i)	Frequências (f _i)	$X_i.f_i$
1,50m	2	1,50 × 2 = 3,00
1,51m	2	1,51 X 2 = 3,02
1,53m	1	1,53 × 1 = 1,53
1,57M	10	1,57 × 10 = 15,7

Feito isto, podemos somar todos os valores da coluna X_i.f_i, obtendo o termo $\sum_{i=1}^n (X_i \times f_i)$, e também somar todos os termos da coluna f_i, obtendo o termo $\sum_{i=1}^n f_i$. Veja na tabela a última linha que incluí:

Altura (X _i)	Frequências (f _i)	X _i .f _i
1,50m	2	1,50 × 2 = 3,00
1,51m	2	1,51 × 2 = 3,02
1,53m	1	1,53 × 1 = 1,53
1,57m	10	1,57 × 10 = 15,7
	15	23,25

Agora basta dividir um valor pelo outro, obtendo:

$$M\acute{e}dia = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{23,25}{15} = 1,55m$$

Compreendeu? Espero que sim! Resumi abaixo esses passos do nosso cálculo:

CÁLCULO DA MÉDIA ARITMÉTICA PARA UMA TABELA DE FREQUÊNCIAS

- 1. Criar uma coluna para calcular X_i . f_i
- 2. Somar todos os valores da coluna X_i . f_i
- 3. Somar todos os valores da coluna das frequências (fi)
- 4. Dividir a soma dos valores da coluna Xi . fi pela soma das frequências (fi)



Veja esta questão antes de avançar no seu estudo:

A tabela apresenta o número de acertos dos 600 candidatos que realizaram a prova da segunda fase de um concurso, que continha 5 questões de múltipla escolha.

Número de acertos	Número de candidatos
5	204
4	132
3	96
2	78
1	66
0	24

VUNESP - TJM/SP - 2017) A média de acertos por prova foi de

(A) 3,57.

(B) 3,43.

(C) 3,32.

(D) 3,25.

(E) 3,19.

RESOLUÇÃO:

Repare que temos uma tabela de frequências, em que os números de acertos são os valores da variável analisada (X_i), e os números de candidatos com cada quantidade de acertos são as frequências (f_i).

Podemos aproveitar a tabela fornecida para incluir uma coluna na qual multiplicamos X_i, f_i, ou seja,

Número de acertos (X _i)	Número de candidatos (f _i)	X_i . f_i	
5	204	5x204 = 1020	
4	132	4x132 = 528	
3	96	3x96 = 288	
2	78	2x78 = 156	
1	66	1x66 = 66	
0	24	0x24 = 0	

Somando a coluna X_i.f_i temos o valor 2058. E somando a coluna das frequências, temos 600 (como o próprio enunciado já havia dito). Portanto,

$$M\acute{e}dia = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{2058}{600} = 3,43$$

Resposta: B



Cálculo da média para dados agrupados em classes

Veja esta tabela:

Classes (intervalos) de alturas	Frequências (f _i)
1,49 a 1,51m	2
1,51 a 1,53m	2
1,53 a 1,55m	1
1,55 a 1,57m	10

Veja que os dados estão agrupados em intervalos. Podemos dize<mark>r que 2</mark> pessoas do grupo possuem altura entre 1,49m e 1,51m, assim como 10 pessoas do grupo possuem altura entre 1,55m e 1,57m. Compreendeu a leitura da tabela? Então vamos avançar.

Quando os dados estão agrupados em classes, temos APENAS UMA modificação a fazer em relação ao cálculo anterior: devemos substituir os intervalos pelos seus respectivos pontos médios. Como assim? Ao invés de considerar o intervalo de 1,49m a 1,51m, por exemplo, nós vamos SUBSTITUIR pelo valor 1,50m, que está exatamente no meio entre 1,49 e 1,51. Da mesma forma, nós vamos substituir o intervalo de 1,51 a 1,53 pelo valor 1,52m, que está exatamente no meio. Chamamos estes valores do meio de PONTOS MÉDIOS. Intuitivo, não acha?

Nesse nosso exemplo a identificação dos pontos médios é relativamente fácil. Mas talvez você não ache tão simples assim encontrar o ponto médio do intervalo: 1,71 a 1,87m. Como fazer nesse caso? Basta somar os dois extremos e dividir essa soma por 2. Veja:

Ponto médio =
$$\frac{1,71 + 1,87}{2}$$
 = 1,79m

Na tabela abaixo eu incluí uma terceira coluna em nossa tabela, na qual eu calculei os pontos médios:

Classes de alturas	Frequências (f _i)	PMi
1,49 1,51	2	(1,49+1,51)/2 = 1,50
1,51 1,53	2	(1,51+1,53)/2 = 1,52
1,53 1,55	1	(1,53+1,55)/2 = 1,54
1,55 1,57	10	(1,55+1,57)/2 = 1,56



Pronto, essa é a ÚNICA MODIFICAÇÃO. Nós vamos utilizar os pontos médios (PM_i) no lugar dos intervalos. A fórmula para o cálculo da média fica:

$$M\acute{e}dia = \frac{\sum_{i=1}^{n} (PM_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Veja que eu marquei em vermelho o PMi, pois esta é a única mudança dessa fórmula para a anterior.

O próximo passo consiste em calcular os valores das multiplicações $PM_i \times f_{i_\ell}$ multiplicando essas duas colunas. Veja:

Classes de alturas	Frequências (f _i)	PM_i	PM _i . f _i
1,49 1,51	2	1,50	1,50X2 = 3,00
1,51 1,53	2	1,52	1,52X2 = 3,04
1,53 1,55	1	1,54	1,54X1 = 1,54
1,55 1,57	10	1,56	1,56x10 = 15,6

Agora podemos somar todos os elementos da coluna PM_i. f_i , obtendo o termo $\sum_{i=1}^n (PM_i \times f_i)$ da nossa fórmula. E podemos somar todos os termos da coluna f_i , obtendo o termo $\sum_{i=1}^n f_i$ da fórmula. Ficamos com:

Classes de alturas	Frequências (f _i)	PMi	PM_i . f_i
1,49 1,51	2	1,50	3,00
1,51 1,53	2	1,52	3,04
1,53 1,55	1	1,54	1,54
1,55 1,57	10	1,56	15,6
	15		23,18

Agora só precisamos dividir uma soma pela outra:

$$M\acute{e}dia = \frac{\sum_{i=1}^{n} (PM_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{23,18}{15} = 1,545m$$



Deu para me acompanhar? Espero que sim 3 . Veja abaixo o passo a passo deste cálculo:

CÁLCULO DA MÉDIA ARITMÉTICA PARA UMA TABELA COM INTERVALOS DE CLASSES

- 1. Criar uma coluna para calcular os pontos médios de cada classe (PM_i)
- 2. Criar uma coluna para calcular PMi . fi
- 3. Somar todos os valores da coluna PM_i . f_i
- 4. Somar todos os valores da coluna das frequências (fi)
- 5. Dividir a soma dos valores da coluna PMi . fi pela soma das frequências (fi)

Pratique esta fórmula resolvendo a seguinte questão:

IDECAN – BOMBEIROS/DF – 2017) A média aritmética da distribuição de frequências a seguir é:

Valores	Frequência
0 -2	10
2 -4	15
4 -6	40
6 -8	25
8 - 10	10

A) 4,9.

B) 5,2.

C) 5,3.

D) 5,5.

RESOLUÇÃO:

Estamos diante de uma tabela na qual os valores estão em intervalos de classes. O primeiro passo para calcular a média é, portanto, obter os pontos médios de cada classe:



Valores	Frequência (f _i)	Pontos médios (PM _i)
0 2	10	(0+2)/2 = 1
2 4	15	(2+4)/2 = 3
4 6	40	(4+6)/2 = 5
6 8	25	(6+8)/2 = 7
8 10	10	(8+10)/2 = 9

O próximo passo consiste em obter os valores das multiplicações PM_i.f_i, que entrarão em nossa fórmula. Vejamos:

Valores	Frequência (f _i)	Pontos médios (PM _i)	PM _i . f _i
0 2	10	1	1x10 = 10
2 4	15	3	3x15 = 45
4 6	40	5	5x40 = 200
6 8	25	7	7x25 = 175
8 10	10	9	9x10 = 90

A soma da coluna PM_i.f_i é igual a 520. Já a soma da coluna das frequências f_i é 100. Logo,

$$M\acute{e}dia = \frac{\sum_{i=1}^{n} (PM_i \times f_i)}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{520}{100} = 5.2$$

Resposta: B

Propriedades da média aritmética

Vejamos algumas propriedades relativas à média de um conjunto de dados. Elas são <u>muito cobradas</u> em prova. Para isso, observe a distribuição: {1,2,2,5,5}.

A média desta distribuição é 3, afinal:

$$M\acute{e}dia = \frac{1+2+2+5+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$



Se somarmos 2 unidades em cada elemento desta distribuição, ficamos com {3,4,4,7,7}. Qual será a média desta nova distribuição? Será que precisamos calcular novamente? A resposta é: NÃO precisamos calcular novamente, basta aplicar uma propriedade da média:

- se somarmos um mesmo valor (neste caso o 2) a todos os termos de uma distribuição, a média também é acrescida deste mesmo valor. Ou seja, se antes a média era 3, agora ela passa para 3+2=5.

Da mesma forma, se subtrairmos 2 unidades da nossa distribuição, ficamos com: {-1,0,0,3,3}. A média desta distribuição é igual a 1. Isto porque basta pegar a média original (3) e subtrair 2 unidades.

Portanto, guarde essa propriedade:

Somando-se ou subtraindo-se um valor constante em todas as observações, a média desse novo conjunto será somada ou subtraída do mesmo valor.

E se eu quiser multiplicar todos os elementos da minha distribuição original por 2? Neste caso, ficarei com a distribuição {2,4,4,10,10}. Qual será a sua média? Basta eu multiplicar a média original (3) pelo mesmo valor (2), obtendo 3x2 = 6.

Esta mesma lógica vale para a divisão. Portanto, fique com mais esta propriedade:

Multiplicando-se ou dividindo-se todos os valores observados por um valor co<mark>nstante, a mé</mark>dia desse novo conjunto será multiplicada ou dividida pelo mesmo valor.

Outra propriedade interessante é a sequinte:

A soma das diferenças entre cada observação e a média é igual a zero

Para exemplificar, como na nossa distribuição original a média era 3, veja quanto dá a soma das diferenças entre cada observação e esta média:

$$(1-3) + (2-3) + (2-3) + (5-3) + (5-3) =$$

 $-2-1-1+2+2=$

0

Por fim, repare que <u>o valor da média é calculado utilizando todos os valores</u> da amostra. Portanto, qualquer alteração nesses valores poderá alterar a média. Assim, costumamos dizer que:

A média é afetada pelos valores extremos da distribuição



Exemplificando essa propridade: se substituirmos o valor 5 pelo valor 50 na nossa distribuição original, a média muda significativamente, concorda?

Uma última propriedade:

Existe uma única média para um determinado conjunto de valores

Quando temos um grupo de números, esse grupo terá um ÚNICO VALOR representado a sua média. Isso não é necessariamente verdadeiro para outras medidas de posição. Uma distribuição pode ter **mais de uma MODA**, por exemplo (ou mesmo não ter nenhuma moda).

Veja essa questão, que é relativa às propriedades da média:

DOM CINTRA - PREF. PALMAS - 2010) A média aritmética das 25 notas de uma prova de matemática foi igual a 6,o. Se o professor aumentar o,5 em cada uma dessas 25 notas, e, em seguida, calcular a média de todas elas, o valor encontrado por ele será de:

- a) 5,5
- b) 6,0
- c) 6,5
- d) 7,0
- e) 7,5

RESOLUÇÃO:

Aqui podemos usar uma das propriedades da média: se somarmos uma constante k a todos os membros de uma amostra, a nova média será igual à anterior, somada de k. Portanto, se somamos k = 0.5 na nota de cada um dos alunos, basta somar 0.5 na média anterior e obtemos a nova média: 6 + 0.5 = 6.5.

Resposta: C

Média aritmética ponderada

Imagine o seu boletim de Matemática no colégio. As notas de cada um dos 4 bimestres letivos foram, respectivamente: 5, 5, 6, 8. Qual foi a sua nota média? Neste caso temos:

- soma das notas = 5 + 5 + 6 + 8 = 24
- quantidade de notas = 4

Logo, a nota média é 24/4 = 6, o.



Agora imagine que a sua escola dá pesos diferentes para as notas de cada bimestre, sendo que o 1º bimestre tem o menor peso e o 4º tem o maior peso. Suponha que o peso do 1º bimestre é 1, do 2º é 2, do 3º é 3 e do 4º é 4. Qual seria a sua nota média, aplicando-se os respectivos pesos? Estamos diante de um cálculo de média ponderada, isto é, uma média onde cada um dos valores observados tem um peso diferente, ou uma ponderação diferente. O cálculo é muito similar àquele que vimos ao trabalhar com tabelas, usando a fórmula:

$$M\acute{e}dia = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Xi \times Fi)}{\sum_{i=1}^{n} Fi}$$

Simplesmente vamos usar, no lugar das frequências f_i, os valores dos pesos. Você pode fazer o cálculo montando uma tabela como esta:

Nota (X _i)	Peso do bimestre (f _i)		
5	1		
5	2		
6	3		
8	4		

Podemos criar a coluna para fazer a multiplicação entre as notas e os pesos:

Nota (X _i)	Peso do bimestre (f _i)	X _i . f _i
5	1	5×1 = 5
5	2	5x2 = 10
6	3	6x3 = 18
8	4	8x4 = 32

Veja que a soma dos termos da coluna de X_i . f_i é 65. Já a soma dos pesos (coluna f_i) é 10. Efetuando a divisão, temos a média:

$$M\acute{e}dia = \frac{65}{10} = 6,5$$



Se preferir, você pode fazer o cálculo sem utilizar a tabela. Basta jogar os valores diretamente na fórmula, como fiz a seguir:

$$M\acute{e}dia = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Xi \times Fi)}{\sum_{i=1}^{n} Fi} = \frac{5 \times 1 + 5 \times 2 + 6 \times 3 + 8 \times 4}{1 + 2 + 3 + 4}$$

$$M\acute{e}dia = \frac{65}{10} = 6,5$$

Compare essa nota com aquela média obtida no cálculo de média aritmética simples (6,0). Observe que, como o 4º bimestre tem um peso maior, e justamente nesse bimestre tiramos uma nota maior (8), a média foi "puxada" para cima, indo de 6 para 6,5. Este é o efeito da ponderação: a média é "puxada" em direção aos valores correspondentes aos maiores pesos.

Sobre este assunto, trabalhe a próxima questão:

CEPERJ – SEFAZ/RJ – 2013) A avaliação dos alunos em determinada disciplina é feita por meio de 4 provas, que possuem peso diferente na composição da nota final. A nota de determinado aluno em cada prova e o seu peso respectivo estão indicados na tabela abaixo:

Prova	Peso	Nota
1 ^a	1	7,0
2 ^a	2	8,0
3 ^a	2	9,5
4 ^a	1	6,0

A nota final desse aluno é:

A) 7,12

B) 7,50

C)7,63

D) 8,00

E) 8,17

RESOLUÇÃO:

Aqui podemos utilizar a média ponderada para calcular a nota final:

Média =
$$(1 \times 7 + 2 \times 8 + 2 \times 9,5 + 1 \times 6) / (1 + 2 + 2 + 1) = 8$$

Resposta: D



Vamos praticar um pouco o conhecimento que adquirimos na aula de hoje. As questões do CEBRASPE/CESPE, em geral, abordam mais de um assunto, de forma que você vai se deparar com assuntos que ainda não vimos! No entanto, **não se preocupe**, voltaremos a esses assuntos em momento futuro.

Chega de teoria! Que tal praticarmos um pouco de tudo o que vimos até aqui?





Questões de prova comentadas

1. CESPE - Prefeitura de São Cristóvão - SE - 2019)

Segundo o IBGE, a massa da renda média mensal real domiciliar per capita em 2016 foi de aproximadamente R\$ 264 bilhões; a população brasileira nesse ano era de aproximadamente 190 milhões de pessoas.

A partir dessas informações, julgue o item a seguir.

A renda média mensal dos brasileiros em 2016 foi superior a R\$ 1.300.

RESOLUÇÃO:

A renda média pode ser obtida dividindo-se a renda total (264 bilhões) pela população (190 milhões):

Renda média = 264.000.000.000 / 190.000.000

Renda média = 264.000 / 190

Renda média = 1.389,47 reais

RESPOSTA: C

2. CESPE - Prefeitura de São Cristóvão - SE - 2019)

A tabela seguinte mostra a distribuição das idades dos 30 alunos da turma A do quinto ano de uma escola de ensino fundamental.

idade (em anos)	9	10	11	12	13	14
quantidade de estudantes	6	22	0	1	0	1

A partir dessa tabela, julque o próximo item.

Se, em outra turma B, as frequências das idades fossem respectivamente iguais ao dobro das frequências da turma A, então a média aritmética das idades da turma B seria igual ao dobro da média da turma A..

RESOLUÇÃO:

ERRADO, pois se dobrassem as frequências para cada valor de idade a média permaneceria exatamente a mesma. De forma mais simples: a média de idade entre uma pessoa com 10 anos e uma pessoa com 20 anos é 15, certo? Mas se forem duas pessoas com 10 anos e duas pessoas com 20 anos, a média será 15 também.

RESPOSTA: E

3. CESPE - BNB - 2018)

No item a seguir é apresentada uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, divisão proporcional, média e porcentagem.



Em uma faculdade, para avaliar o aprendizado dos alunos em determinada disciplina, o professor aplica as provas A, B e C e a nota final do aluno é a média ponderada das notas obtidas em cada prova. Na prova A, o peso é 1; na prova B, o peso é 10% maior que o peso na prova A; na prova C, o peso é 20% maior que o peso na prova B. Nesse caso, se PA, PB e PC forem as notas obtidas por um aluno nas provas A, B e C, respectivamente,

$$P_A + 1,2P_B + 1,32P_C$$
or 3,52

então a nota final desse aluno é expressa por

RESOLUÇÃO:

O peso da prova A é igual a 1. O peso da prova B é 10% superior, ou seja, deve ser 1,1. O peso da prova C é 20% superior ao da prova B, isto é,

Peso da prova
$$C = 1,1 \times (1+20\%) = 1,1 \times 1,2 = 1,32$$

Portanto, o erro na fórmula da média ponderada está no peso da prova B, que deveria ser 1,1 e não 1,2. Item ERRADO.

RESPOSTA: E

4. CESPE - IFF - 2018)

Considere que o peso de 5 pessoas, juntas em um elevador, seja de 340 kg. Se, em determinado andar, mais um indivíduo entrar no elevador, sem que dele ninguém desça, e a média aritmética dos pesos dessas 6 pessoas passar a ser de 70 kg, esse sexto indivíduo pesa

- A) 68,3 kg.
- B) 69 kg.
- C) 70 kg.
- D) 80 kg.
- E) 82 kg.

RESOLUÇÃO:

A soma do peso dos 6 indivíduos com média 70kg é dada por:

Soma = média x quantidade = 70 x 7 = 420kg



Portanto, se antes o peso total era 340kg e, com o sexto indivíduo, passou a ser de 420kg, podemos dizer que este indivíduo pesa 420 - 340 = 80kg.

RESPOSTA: D

5. CESPE-IFF-2018)

A tabela a seguir mostra a distribuição das idades dos 30 alunos de uma sala de aula.

idade (em anos)	10	11	12	13	14
número de alunos		8	3	4	1

Nesse caso, a média de idade dos alunos dessa sala é igual a

- A) 14 anos.
- B) 13 anos.
- C) 12 anos.
- D) 11 anos.
- E) 10 anos..

RESOLUÇÃO:

Podemos calcular a média a partir da tabela de frequências som<mark>ando os v</mark>alores de cada frequência multiplicada pela respectiva idade, e dividindo pelo total de frequências. Isto é,

Média =
$$(14x10 + 8x11 + 3x12 + 4x13 + 1x14)/(14+8+3+4+1)$$

Média = 11.

RESPOSTA: D

6. CESPE – FUNPRESP-EXE - 2016)

adesão ao plano	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0
salário (em R\$)	5.000	8.000	4.000	6.000	2.000	3.000	4.000	4.000	4.500	7.000

Considerando que os dados na tabela mostram salários de diferentes servidores que aderiram (1) ou não aderiram (0) a determinado plano de previdência complementar, julgue o item subsecutivo.



A média dos salários do grupo que aderiu ao plano de previdência complementar é menor que a do que não aderiu ao plano.

RESOLUÇÃO:

A média dos que aderiram é:

Média dos que aderiram = soma/quantidade = (5 + 8 + 6 + 4 + 4.5) / 5 = 5.5 mil

A média dos que não aderiram é:

Média dos que não aderiram = (4+2+3+4+7)/5 = 4 mil

Assim, o item está ERRADO.

RESPOSTA: E

7. CESPE - DEPEN - 2015)

região	quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	detentos no sistema penitenciário brasileiro deficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	
Norte	37	13	17
Centro-oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez/2013 Internet: www.justica.gov.br (com adaptações)

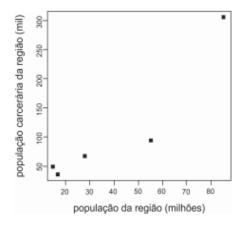
A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes. Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue os itens a seguir.

() No ano considerado, a quantidade média de detentos por 100 mil habitantes na região Nordeste foi superior ao número médio de detentos por 100 mil habitantes na região Centro-oeste.

() O déficit relativo de vagas observado na região Sudeste, em 2013, foi superior ao déficit relativo de vagas registrado na região Centro-oeste no mesmo período.



() Considerando que a figura a seguir apresente o diagrama de dispersão entre o tamanho populacional da região (em milhões de habitantes) e a população carcerária correspondente (em mil pessoas), então é correto afirmar que a população carcerária tende a crescer linearmente à medida que a população da região aumenta.



- () A quantidade total de vagas existentes no sistema penitenciário brasileiro em 2013 era de 340 mil vagas.
- () Na análise exploratória, o histograma é um gráfico adequado para descrever a distribuição da quantidade de detentos por região em 2013.
- () Em 2013, mais de 55% da população carcerária no Brasil se encontrava na região Sudeste.

RESOLUÇÃO:

() No ano considerado, a quantidade média de detentos por 100 <mark>mil habita</mark>ntes na região Nordeste foi superior ao número médio de detentos por 100 mil habitantes na região Centro-oeste.

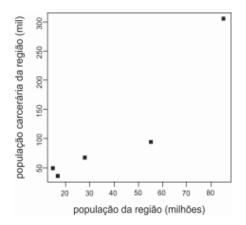
Comparando essas duas regiões, veja que a divisão 51 / 15 é aproximadamente igual a 3, e a divisão 94 / 55 é aproximadamente 1,5. Portanto, podemos inferir que a relação de detentos por habitantes no centro-oeste é maior que no nordeste. Item ERRADO.

() O déficit relativo de vagas observado na região Sudeste, em 2013, foi superior ao déficit relativo de vagas registrado na região Centro-oeste no mesmo período.

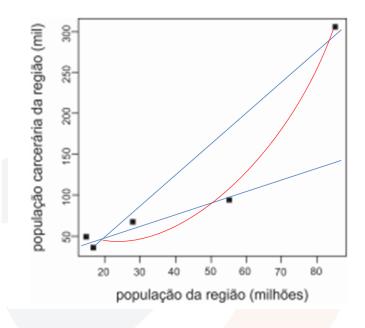
O déficit relativo de vagas é a razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário. Para o Sudeste temos a divisão 120 / 306 = 0,39, enquanto para o Centro-oeste temos 24 / 51 = 0,47, de modo que no centro-oeste a razão é superior. Item ERRADO.

() Considerando que a figura a seguir apresente o diagrama de dispersão entre o tamanho populacional da região (em milhões de habitantes) e a população carcerária correspondente (em mil pessoas), então é correto afirmar que a população carcerária tende a crescer linearmente à medida que a população da região aumenta.





ERRADO. Veja que não conseguimos traçar uma reta que ligue (aproximadamente) os pontos. Veja duas opções de retas na figura abaixo, em AZUL:



Note que nenhuma das retas passa de maneira satisfatória próximo de todos os pontos. Já repare a curva em vermelho, que é aproximadamente uma função exponencial. Ela passa mais próximo dos pontos, de modo que seria mais correto inferir que a população carcerária tende a crescer exponencialmente à medida que a população da região aumenta.

() A quantidade total de vagas existentes no sistema penitenciário brasileiro em 2013 era de 340 mil vagas.

A quantidade de vagas pode ser obtida observando que:

Déficit de vagas = número de detentos – total de vagas

215.000 = 555.000 – total de vagas



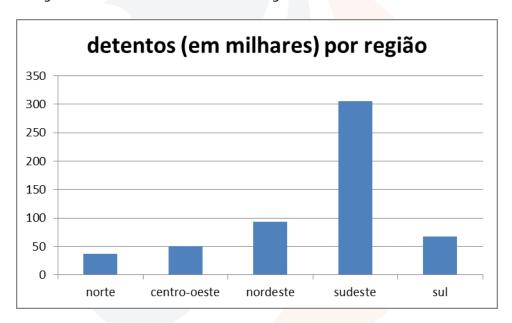
Total de vagas = 555.000 - 215.000

Total de vagas = 340.000

CORRETO.

() Na análise exploratória, o histograma é um gráfico adequado para descrever a distribuição da quantidade de detentos por região em 2013.

ERRADO. O histograma é um gráfico útil para variáveis organizadas em intervalos de classes. No caso desta questão, a variável é a região, que é representada isoladamente das demais. Teríamos um gráfico como este abaixo, que é um gráfico de barras mas NÃO é um histograma:



() Em 2013, mais de 55% da população carcerária no Brasil se encontrava na região Sudeste.

CORRETO, afinal 306 / 555 = 55,13%.

RESPOSTA: EEECEC

8. CESPE – ICMBIO – 2014 – adaptada)

No monitoramento do desmatamento de biomas brasileiros não amazônicos desenvolvido pelo IBAMA, foram obtidos os dados mostrados na tabela abaixo, coletados via satélite, referentes às áreas desmatadas no bioma cerrado entre os anos de 2002 a 2010.



período	área desmatada (km²)
2002-2008	85.047
2008-2009	7.637
2009-2010	6.469

Internet: <www.siscom.ibama.gov.br>

Com base nessas informações, julque o item abaixo.

() No período entre 2002 e 2010, o desmatamento no cerrado apresentou, em média, uma tendência decrescente.

RESOLUÇÃO:

Veja que, nos 6 anos que compreendem o período de 2002-2008, a média de desmatamento anual foi de:

Assim, de fato temos uma tendência decrescente, afinal no ano compreendido entre 2008-2009 o desmatamento foi menor que este, e depois entre 2009-2010 foi ainda menor. Item CORRETO.

RESPOSTA: C

9. CESPE-TJSE-2014)

Para verificar se a escolaridade dos servidores de determinado tribunal estaria relacionada à eficiência no atendimento ao público, um analista pesquisou alguns servidores, dispondo as informações obtidas na tabela a seguir.

escolaridade		eficiência	
escolaridade	baixa	média	alta
fundamental	20	10	8
médio	10	30	25
superior	10	40	47

Com base nessas informações e considerando que a escolaridade de cada servidor entrevistado, apresentada na tabela, corresponda à maior escolaridade que possui, julgue os itens seguintes.

() Foram pesquisados mais de 200 servidores.

RESOLUÇÃO:

ERRADO, pois somando os valores na tabela temos exatamente 200 servidores.

RESPOSTA: E



10. CESPE – SEDUC/AL – 2018)

Acerca de probabilidade e estatística, julgue os próximos itens.

() Situação hipotética: A média aritmética dos pesos dos 60 alunos de uma sala de aulas é igual a 51,8 kg. Nessa sala, a média aritmética do peso dos meninos é de 62 kg e das meninas, 45 kg. Assertiva: Nesse caso, essa sala de aulas tem 24 meninos e 36 meninas.

RESOLUÇÃO:

Vamos chamar de "P" a soma dos pesos dos 60 alunos. Como a média é 51,8 kg, temos:

Média =
$$\frac{\text{Soma dos pesos}}{\text{n}^2 \text{ de alunos}}$$

$$51,8 = \frac{P}{60}$$

$$P = 60 \times 51,8$$

$$P = 3108 \text{ kg}$$

Sabemos que a média do peso dos meninos foi 62 kg. Sendo "n" o número de meninos e "m" a soma de seus pesos, temos:

$$62 = \frac{m}{n}$$

O número de meninas será "60 – n" e a soma de seus pesos "3108 – m". Como a média é 45 kg, fica:

$$45 = \frac{3108 - m}{60 - n}$$

$$408 = m - 45n$$

Substituindo m = 62n na equação:



n = 24 meninos

Como são 60 alunos, existem 36 meninas. Item CORRETO.

Resposta: C

11.CESPE - ABIN - 2018)

	evolução da quantidade de docentes por etapa de ensino Brasil 2013 – 2017			
a no	educação infantil	anos iniciais do ensino fundamental	anos finais do ensino funda mental	ensino médio
2013	478.811	750.366	802.902	507.617
2014	502,445	757.950	797.577	522.426
2015	518.308	758.840	786.140	522.826
2016	540.567	763.927	778.561	519.883
2017	557.541	761.737	764.731	509.814
soma total das quantidades de docentes no período	2.597.672	3.792.820	3.929.911	2.582.566

Com base nos dados da tabela anterior, extraídos do Relatório das Notas Estatísticas do Censo Escolar de 2017, do INEP, julgue os itens a seguir.

() A média do quantitativo de docentes do ensino médio entre os anos de 2013 e 2017 foi superior à média do quantitativo de docentes da educação infantil para o mesmo período.

RESOLUÇÃO:

A média é obtida dividindo-se a soma dos valores (que está presente na última linha) pela quantidade de valores (no caso, 5 anos que estão representados na tabela). Ao fazer esta divisão, repare que o resultado será maior para a coluna da educação infantil, afinal, a soma é superior (2.597.672 vs. 2.582.566). Assim, a média da educação infantil é superior. Item ERRADO.

Resposta: E

12. CESPE – FUB – 2016)

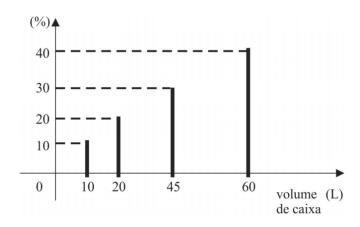
Em um almoxarifado há, em estoque, 100 caixas na forma de paralelepípedos retângulos. Na tabela a seguir são mostrados alguns valores da frequência absoluta, da frequência relativa e da porcentagem da variável volume interno da caixa, em litros (L).



volume da caixa (L)	frequência absoluta	frequência relativa	porcentagem (%)
10	10	*	*
20	*	*	*
45	*	0,2	*
60	*	*	40
Total	100	1	100

Considerando essas informações, julgue os seguintes itens.

() A figura a seguir mostra, corretamente, o gráfico de barras da variável volume interno das caixas.



() A média aritmética dos volumes dessas caixas é igual a 40 L.

RESOLUÇÃO:

Vamos analisar cada alternativa:

() A figura a seguir mostra, corretamente, o gráfico de barras da variável volume interno das caixas.

Como a frequência absoluta é 100, então ela será igual ao valor em porcentagem. A frequência relativa representa a porcentagem dividida por 100.

Sabendo disso, vamos completar os valores na tabela:

Volume (L)	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Porcentagem (%)
10	10	0,1	10
20	30	0,3	30
45	20	0,2	20



60	40	0,4	40
Total	100	1	100

Veja que não foi dado valor de frequência nem de porcentagem para o volume de 20L. Seu percentual corresponde ao que falta para chegar a 100%: 100 - 10 - 20 - 40 = 30%.

De acordo com a tabela, vamos analisar o gráfico apresentado: os valores do eixo x correspondem ao volume (L) e os do eixo y, aos percentuais correspondentes. Veja que os volumes de 20L e 45L estão com os percentuais trocados (o correto seria 30% e 20%, respectivamente). Alternativa ERRADA.

() A média aritmética dos volumes dessas caixas é igual a 40 L.

A fórmula para achar a média é dada por:

Média =
$$\frac{\sum Volume \ x \ Frequência \ Absoluta}{\sum Frequência \ Absoluta}$$
Média =
$$\frac{10 \times 10 + 20 \times 30 + 45 \times 20 + 60 \times 40}{100}$$
Média =
$$\frac{100 + 600 + 900 + 2400}{100}$$
Média =
$$\frac{4000}{100}$$
Média =
$$40 \text{ L}$$

Alternativa CORRETA.

Resposta: E C

13.CESPE - CEHAP/PB - 2009)

O custo médio nacional para a construção de habitação com padrão de acabamento normal, segundo levantamento realizado em novembro de 2008, foi de R\$ 670,00 por metro quadrado, sendo R\$ 400,00/m2 relativos às despesas com materiais de construção e R\$ 270,00/m2 com mão-de-obra. Nessa mesma pesquisa, os custos médios regionais apontaram para os seguintes valores por metro quadrado: R\$ 700,00 (Sudeste), R\$ 660,00 (Sul), R\$ 670,00 (Norte), R\$ 640,00 (Centro-Oeste) e R\$ 630,00 (Nordeste).

Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção



Civil. SINAPI/IBGE, nov./2008 (com adaptações).

Com base nas informações apresentadas no texto, assinale a opção correta.

Com base nas informações apresentadas no texto, assinale a opção correta.

- A) A média aritmética dos custos médios regionais por metro quadrado é igual ao custo médio nacional do metro quadrado.
- B) O custo médio por metro quadrado relativo à região Sul corresponde à mediana dos custos médios regionais por metro quadrado.
- C) Mais de 65% do custo médio nacional do metro quadrado é relativo às despesas com materiais de construção.
- D) O custo médio por metro quadrado relativo à região Sudeste é 10% superior ao custo relativo à região Nordeste.

RESOLUÇÃO:

Vamos analisar cada alternativa dada.

A) A média aritmética dos custos médios regionais por metro quadrado é igual ao custo médio nacional do metro quadrado.

A média aritmética dos custos médios regionais por metro quad<mark>rado é dada</mark> pelo cálculo abaixo:

$$M\acute{e}dia = \frac{700 + 660 + 670 + 640 + 630}{5} = 660$$

Veja que este valor é inferior ao custo nacional. Item ERRADO.

B) O custo médio por metro quadrado relativo à região <mark>Sul corresponde à</mark> mediana dos custos médios regionais por metro quadrado.

Para obter a mediana dos custos médios regionais, devemos primeiro colocá-los em ordem:

Veja que temos n = 5 valores. Como n é ímpar, a mediana será simplesmente o termo da posição central, que é a posição (n+1)/2 = (5+1)/2 = 3. O 3° termo é o 660. Portanto, a mediana tem o mesmo valor do custo da região Sul. Item CORRETO.

C) Mais de 65% do custo médio nacional do metro quadrado é relativo às despesas com materiais de construção.

Do total de 670 reais, temos que 400 referem-se a materiais. Para obter o percentual representado pelos materiais, podemos usar a regra de três abaixo:



Veja que os materiais representam menos de 65% do total. Portanto, o item está ERRADO.

D) O custo médio por metro quadrado relativo à região Sudeste é 10% superior ao custo relativo à região Nordeste.

O custo da região Nordeste é de 630, enquanto o da Sudeste é de 700. Para saber quanto o custo da região Sudeste representa <u>em relação a</u> região Nordeste, temos:

Portanto, o custo da região Sudeste é 11,1% (isto é, 111,1% - 100%) superior ao da região Nordeste. Item ERRADO.

Resposta: B

14. CESPE – MS – 2010)

Para estimar o salário médio mensal, os 5.000 empregados de uma empresa foram divididos em quatro estratos: homens com menos de 40 anos de idade, homens com mais de 40 anos de idade, mulheres com menos de 40 anos de idade e mulheres com mais de 40 anos de idade, conforme a tabela a seguir.

idade	homens	mulheres	totais
≤ 40 anos	1.200	1.400	2.600
> 40 anos	1.800	600	2.400
totais	3.000	2.000	5.000

Uma amostra estratificada proporcional de 200 empregados apresenta os seguintes salários médios observados nos estratos, em R\$:

idade	homens	mulheres
≤ 40 anos	5.000	4.000
> 40 anos	8.000	7.000

De acordo com os dados acima, julgue os próximos itens.



() A amostra consiste de 48 homens com menos de 40 anos, 72 homens com mais de 40 anos, 24 mulheres com menos de 40 anos, e 56 mulheres com mais de 40 anos.

RESOLUÇÃO:

Veja que os homens com menos de 40 anos são 1200 de 5000 empregados. Assim, na amostra de 200 elementos, eles serão:

5000 empregados ao todo ------ 200 elementos no total da amostra 1200 homens com menos de 40 ------ X homens com menos de 40 na amostra

5000X = 1200 x 200

X = 48 homens com menos de 40

Os homens com mais de 40 anos são 1800 na população. Assim, na amostra serão:

5000 empregados ao todo ------ 200 elementos no total da amostra 1800 homens com mais de 40 ----- X homens com mais de 40 na amostra

5000X = 1800 x 200

X = 72 homens com mais de 40

Analogamente, para as mulheres temos:

5000 empregados ao todo ----- 200 elementos no total da amostra 1400 mulheres com menos de 40 ----- X mulheres com menos de 40 na amostra

5000X = 1400 x 200

X = 56 mulheres com menos de 40

5000 empregados ao todo ------ 200 elementos no total da amostra
600 mulheres com mais de 40 ------ X mulheres com mais de 40 na amostra
5000X = 600 x 200

X = 24 mulheres com mais de 40

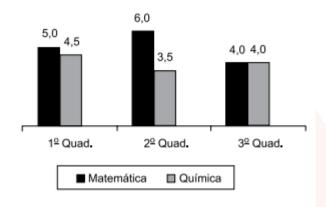


O item está ERRADO porque os números das mulheres com menos e mais de 40 anos encontram-se trocados.

Resposta: E

15.VUNESP - FITO - 2020)

O gráfico apresenta as notas de um aluno, nas disciplinas de matemática e química, nos três quadrimestres de 2019.



A média das notas de matemática desse aluno corresponde, da média da<mark>s notas de</mark> química, a

- A) 120%
- B) 125%
- C) 130%
- D) 135%
- E) 140%

RESOLUÇÃO:

A média de matemática é dada por (5 + 6 + 4)/3 = 5

A média de química é dada por (4,5 + 3,5 + 4)/3 = 4

A média de matemática, em relação à de química, é 5/4 = 1,25 = 125%.

Resposta: B

16. VUNESP – FITO - 2020)

O consumo médio de um determinado produto ao longo do primeiro semestre de 2019 foi de 36 unidades. Já a quantidade consumida mês a mês desse produto em alguns dos demais meses desse mesmo ano pode ser verificada na tabela a seguir:



Mês	Unidades
Julho	40
Agosto	38
Setembro	32
Outubro	35
Novembr	0 34

Considerando que, no segundo semestre, o consumo médio do semestre anterior foi mantido, a quantidade de unidades consumida em dezembro de 2019 foi de

- A) 33.
- B) 37.
- C) 39.
- D) 42.
- E)44.

RESOLUÇÃO:

A média do segundo semestre deve ser 36. Portanto,

Resposta: B

17.VUNESP - AVAREPREV-SP - 2020)

A média aritmética simples das idades de Marcelo e de Débora é 45 anos. Se Débora é 6 anos mais nova que Marcelo, então Marcelo tem

- A) 48 anos.
- B) 49 anos.
- C) 50 anos
- D) 51 anos.
- E) 52 anos..

RESOLUÇÃO:



Sendo D a idade de Débora, então a idade de Marcelo é D+6, pois ele é seis anos mais velho que ela. Assim, a média entre eles é:

Média = soma / quantidade

$$45 = (D + D + 6) / 2$$

$$90 = 2D + 6$$

$$84 = 2D$$

$$D = 42 \text{ anos}$$

Assim, Marcelo tem D+6 = 42+6 = 48 anos.

Resposta: A

18. VUNESP – AVAREPREV-SP - 2020)

Em um dado domicílio, residem quatro pessoas de uma mesma família cujas rendas constam na tabela a seguir:

Familiar Renda mensal A R\$ 3.493,00 B R\$ 1.495,00 C R\$ 1.000,00 D R\$ 0,00

Considerando o valor de R\$ 998,00 referente ao salário mínimo em vigor no Brasil no ano de 2019, na média, cada membro dessa família recebeu:

- A) 1,5 salário mínimo.
- B) 2 salários mínimos.
- C) 2,5 salários mínimos.
- D) 3 salários mínimos.
- E) 3,5 salários mínimos.

RESOLUÇÃO:

A remuneração média é dada por:

Dividindo essa média pelo valor do salário mínimo (998), temos:

Resposta: A

19. IBADE - Prefeitura de São Felipe D'Oeste - RO - 2020)



A média aritmética das alturas das 5 jogadoras de um time de basquete é de 1,82 metros. A jogadora mais baixa do time, que mede 1,75 metros de altura, se machucou e foi substituída por uma outra jogadora com 1,90 metros de altura. A média aritmética do novo time é de:

- A) 1,85
- B) 1,83
- C) 1,86
- D) 1,82
- E) 1,84.

RESOLUÇÃO:

Inicialmente, a soma das alturas era:

Com a saída da jogadora de 1,75m e entrada da jogadora de 1,90m, a s<mark>oma final</mark> das alturas passou a ser:

Soma final =
$$9,1 - 1,75 + 1,9 = 9,25m$$

A nova média passou a ser:

Média = soma / quantidade =
$$9,25$$
 / $5 = 1,85m$

Resposta: A

20. IBADE - IBGE - 2020)

A média aritmética entre os quatro números 9, 12, a, b é igual a 22, então a média aritmética dos números (a + 6) e (b – 3) será o valor:

- A) 35.
- B) 36.
- C) 42.
- D) 28.
- E) 26.

RESOLUÇÃO:

A primeira média pode ser escrita assim:

Média = soma / quantidade

$$88 = 21 + a + b$$



Assim, a média entre (a+6) e (b-3) é dada por:

Média = soma / quantidade

Média = (a + 6 + b - 3) / 2

Média = (a + b + 3) / 2

Como a + b = 67,

Média = (67 + 3) / 2

Média = 70 / 2

Média = 35

Resposta: A





Lista de questões

1. CESPE - Prefeitura de São Cristóvão - SE - 2019)

Segundo o IBGE, a massa da renda média mensal real domiciliar per capita em 2016 foi de aproximadamente R\$ 264 bilhões; a população brasileira nesse ano era de aproximadamente 190 milhões de pessoas.

A partir dessas informações, julgue o item a seguir.

A renda média mensal dos brasileiros em 2016 foi superior a R\$ 1.300.

2. CESPE – Prefeitura de São Cristóvão – SE - 2019)

A tabela seguinte mostra a distribuição das idades dos 30 alunos da turma A do quinto ano de uma escola de ensino fundamental.

idade (em anos)	9	10	11	12	13	14
quantidade de estudantes	6	22	0	1	0	1

A partir dessa tabela, julgue o próximo item.

Se, em outra turma B, as frequências das idades fossem respectivamente iguais ao dobro das frequências da turma A, então a média aritmética das idades da turma B seria igual ao dobro da média da turma A..

3. CESPE - BNB - 2018)

No item a seguir é apresentada uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, divisão proporcional, média e porcentagem.

Em uma faculdade, para avaliar o aprendizado dos alunos em determinada disciplina, o professor aplica as provas A, B e C e a nota final do aluno é a média ponderada das notas obtidas em cada prova. Na prova A, o peso é 1; na prova B, o peso é 10% maior que o peso na prova A; na prova C, o peso é 20% maior que o peso na prova B. Nesse caso, se PA, PB e PC forem as notas obtidas por um aluno nas provas A, B e C, respectivamente,

$$\frac{P_A + 1,2P_B + 1,32P_C}{3,52}$$

então a nota final desse aluno é expressa por

4. CESPE - IFF - 2018)

Considere que o peso de 5 pessoas, juntas em um elevador, seja de 340 kg. Se, em determinado andar, mais um indivíduo entrar no elevador, sem que dele ninguém desça, e a média aritmética dos pesos dessas 6 pessoas passar a ser de 70 kg, esse sexto indivíduo pesa



A)	68	,3	kg	

B) 69 kg.

C) 70 kg.

D) 80 kg.

E) 82 kg.

5. CESPE-IFF-2018)

A tabela a seguir mostra a distribuição das idades dos 30 alunos de uma sala de aula.

idade (em anos)	10	11	12	13	14
número de alunos	14	8	3	4	1

Nesse caso, a média de idade dos alunos dessa sala é igual a

A) 14 anos.

B) 13 anos.

C) 12 anos.

D) 11 anos.

E) 10 anos..

6. CESPE - FUNPRESP-EXE - 2016)

adesão ao plano	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0
salário (em R\$)	5.000	8.000	4.000	6.000	2.000	3.000	4.000	4.000	4.500	7.000

Considerando que os dados na tabela mostram salários de diferentes servidores que aderiram (1) ou não aderiram (0) a determinado plano de previdência complementar, julgue o item subsecutivo.

A média dos salários do grupo que aderiu ao plano de previdência complementar é menor que a do que não aderiu ao plano.

7. CESPE - DEPEN - 2015)

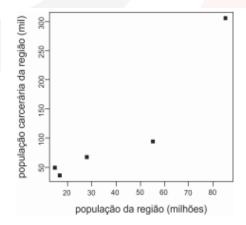


região	quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	população brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez/2013 Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações)

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes. Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue os itens a seguir.

- () No ano considerado, a quantidade média de detentos por 100 mil habitantes na região Nordeste foi superior ao número médio de detentos por 100 mil habitantes na região Centro-oeste.
- () O déficit relativo de vagas observado na região Sudeste, em 2013, foi superior ao déficit relativo de vagas registrado na região Centro-oeste no mesmo período.
- () Considerando que a figura a seguir apresente o diagrama de dispersão entre o tamanho populacional da região (em milhões de habitantes) e a população carcerária correspondente (em mil pessoas), então é correto afirmar que a população carcerária tende a crescer linearmente à medida que a população da região aumenta.



- () A quantidade total de vagas existentes no sistema penitenciário brasileiro em 2013 era de 340 mil vagas.
- () Na análise exploratória, o histograma é um gráfico adequado para descrever a distribuição da quantidade de detentos por região em 2013.
- () Em 2013, mais de 55% da população carcerária no Brasil se encontrava na região Sudeste.



8. CESPE – ICMBIO – 2014 – adaptada)

No monitoramento do desmatamento de biomas brasileiros não amazônicos desenvolvido pelo IBAMA, foram obtidos os dados mostrados na tabela abaixo, coletados via satélite, referentes às áreas desmatadas no bioma cerrado entre os anos de 2002 a 2010.

período	área desmatada (km²)
2002-2008	85.047
2008-2009	7.637
2009-2010	6.469

Internet: <www.siscom.ibama.gov.br>.

Com base nessas informações, julgue o item abaixo.

() No período entre 2002 e 2010, o desmatamento no cerrado apresentou, em média, uma tendência decrescente.

9. CESPE-TJSE-2014)

Para verificar se a escolaridade dos servidores de determinado tribunal estaria relacionada à eficiência no atendimento ao público, um analista pesquisou alguns servidores, dispondo as informações obtidas na tabela a seguir.

escolaridade					
escolaridade	baixa média alta				
fundamental	20	10	8		
médio	10	30	25		
superior	10	40	47		

Com base nessas informações e considerando que a escolaridade de cada servidor entrevistado, apresentada na tabela, corresponda à maior escolaridade que possui, julgue os itens seguintes.

() Foram pesquisados mais de 200 servidores.

10. CESPE – SEDUC/AL – 2018)

Acerca de probabilidade e estatística, julgue os próximos itens.

() Situação hipotética: A média aritmética dos pesos dos 60 alunos de uma sala de aulas é igual a 51,8 kg. Nessa sala, a média aritmética do peso dos meninos é de 62 kg e das meninas, 45 kg. Assertiva: Nesse caso, essa sala de aulas tem 24 meninos e 36 meninas.

11.CESPE - ABIN - 2018)



	evolução da quantidade de docentes por etapa de ensino Brasil 2013 – 2017					
a no	educação infantil	anos iniciais do ensino fundamental	anos finais do ensino funda mental	ensino médio		
2013	478.811	750.366	802.902	507.617		
2014	502,445	757.950	797.577	522.426		
2015	518.308	758.840	786.140	522.826		
2016	540.567	763.927	778.561	519.883		
2017	557.541	761.737	764.731	509.814		
soma total das quantidades de docentes no período	2.597.672	3.792.820	3.929.911	2.582.566		

Com base nos dados da tabela anterior, extraídos do Relatório das Notas Estatísticas do Censo Escolar de 2017, do INEP, julgue os itens a seguir.

() A média do quantitativo de docentes do ensino médio entre os anos de 2013 e 2017 foi superior à média do quantitativo de docentes da educação infantil para o mesmo período.

12. CESPE – FUB – 2016)

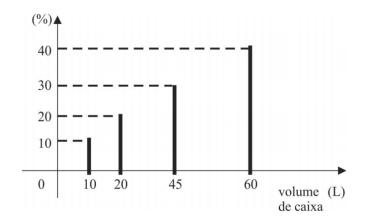
Em um almoxarifado há, em estoque, 100 caixas na forma de paralelepípedos retângulos. Na tabela a seguir são mostrados alguns valores da frequência absoluta, da frequência relativa e da porcentagem da variável volume interno da caixa, em litros (L).

volume da caixa (L)	frequência absoluta	frequência relativa	porcentagem (%)
10	10	*	*
20	*	*	*
45	*	0,2	*
60	*	*	40
Total	100	1	100

Considerando essas informações, julgue os seguintes itens.

() A figura a seguir mostra, corretamente, o gráfico de barras da variável volume interno das caixas.





() A média aritmética dos volumes dessas caixas é igual a 40 L.

13.CESPE - CEHAP/PB - 2009)

O custo médio nacional para a construção de habitação com padrão de acabamento normal, segundo levantamento realizado em novembro de 2008, foi de R\$ 670,00 por metro quadrado, sendo R\$ 400,00/m² relativos às despesas com materiais de construção e R\$ 270,00/m² com mão-de-obra. Nessa mesma pesquisa, os custos médios regionais apontaram para os seguintes valores por metro quadrado: R\$ 700,00 (Sudeste), R\$ 660,00 (Sul), R\$ 670,00 (Norte), R\$ 640,00 (Centro-Oeste) e R\$ 630,00 (Nordeste).

Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção

Civil. SINAPI/IBGE, nov./2008 (com adaptações).

Com base nas informações apresentadas no texto, assinale a opção correta.

Com base nas informações apresentadas no texto, assinale a opção correta.

- A) A média aritmética dos custos médios regionais por metro quadrado é igual ao custo médio nacional do metro quadrado.
- B) O custo médio por metro quadrado relativo à região Sul corresponde à mediana dos custos médios regionais por metro quadrado.
- C) Mais de 65% do custo médio nacional do metro quadrado é relativo às despesas com materiais de construção.
- D) O custo médio por metro quadrado relativo à região Sudeste é 10% superior ao custo relativo à região Nordeste.



14. CESPE – MS – 2010)

Para estimar o salário médio mensal, os 5.000 empregados de uma empresa foram divididos em quatro estratos: homens com menos de 40 anos de idade, homens com mais de 40 anos de idade, mulheres com menos de 40 anos de idade e mulheres com mais de 40 anos de idade, conforme a tabela a seguir.

idade	homens	mulheres	totais
≤ 40 anos	1.200	1.400	2.600
> 40 anos	1.800	600	2.400
totais	3.000	2.000	5.000

Uma amostra estratificada proporcional de 200 empregados apresenta os seguintes salários médios observados nos estratos, em R\$:

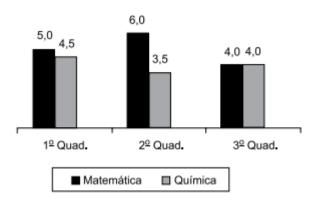
idade	homens	mulheres
≤ 40 anos	5.000	4.000
> 40 anos	8.000	7.000

De acordo com os dados acima, julgue os próximos itens.

() A amostra consiste de 48 homens com menos de 40 anos, 72 homens com mais de 40 anos, 24 mulheres com menos de 40 anos, e 56 mulheres com mais de 40 anos.

15.VUNESP - FITO - 2020)

O gráfico apresenta as notas de um aluno, nas disciplinas de <mark>matemática e qu</mark>ímica, nos três quadrimestres de 2019.



A média das notas de matemática desse aluno corresponde, da média das notas de química, a



۸ ۱			Λ,	,
A	112	റ	9/	n

B) 125%

C) 130%

D) 135%

E) 140%

16. VUNESP – FITO - 2020)

O consumo médio de um determinado produto ao longo do primeiro semestre de 2019 foi de 36 unidades. Já a quantidade consumida mês a mês desse produto em alguns dos demais meses desse mesmo ano pode ser verificada na tabela a seguir:

Mês	Unidades
Julho	40
Agosto	38
Setembro	32
Outubro	35
Novembro	34

Considerando que, no segundo semestre, o consumo médio do semestre anterior foi mantido, a quantidade de unidades consumida em dezembro de 2019 foi de

- A) 33.
- B) 37.
- C) 39.
- D) 42.
- E)44.

17. VUNESP - AVAREPREV-SP - 2020)

A média aritmética simples das idades de Marcelo e de Débora é 45 anos. Se Débora é 6 anos mais nova que Marcelo, então Marcelo tem

- A) 48 anos.
- B) 49 anos.
- C) 50 anos
- D) 51 anos.
- E) 52 anos..



18. VUNESP – AVAREPREV-SP - 2020)

Em um dado domicílio, residem quatro pessoas de uma mesma família cujas rendas constam na tabela a seguir:

Familiar Renda mensal A R\$ 3.493,00 B R\$ 1.495,00 C R\$ 1.000,00 D R\$ 0,00

Considerando o valor de R\$ 998,00 referente ao salário mínimo em vigor no Brasil no ano de 2019, na média, cada membro dessa família recebeu:

- A) 1,5 salário mínimo.
- B) 2 salários mínimos.
- C) 2,5 salários mínimos.
- D) 3 salários mínimos.
- E) 3,5 salários mínimos.

19. IBADE - Prefeitura de São Felipe D'Oeste - RO - 2020)

A média aritmética das alturas das 5 jogadoras de um time de basquete é de 1,82 metros. A jogadora mais baixa do time, que mede 1,75 metros de altura, se machucou e foi substituída por uma outra jogadora com 1,90 metros de altura. A média aritmética do novo time é de:

- A) 1,85
- B) 1,83
- C) 1,86
- D) 1,82
- E) 1,84.

20. IBADE - IBGE - 2020)

A média aritmética entre os quatro números 9, 12, a, b é igual a 22, então a média aritmética dos números (a + 6) e (b - 3) será o valor:

- A) 35.
- B) 36.
- C) 42.
- D) 28.
- E) 26.



Gabarito

1. C	8.C	15. B
2.E	9.E	16. B
3.E	10. C	17. A
4. D	11. E	18. A
5. D	12. EC	19. A
6.E	13. B	20. A
7. EEECEC	14. E	





Resumo direcionado

Veja a seguir um resumão que eu preparei com tudo o que vimos de mais importante nesta aula. Espero que você já tenha feito o seu resumo também, e utilize o meu para verificar se ficou faltando colocar algo 🔞 .

Média: soma de todos os valores da variável observada, dividida pelo total de observações. Fórmula para dados em rol (listados):

Média = Soma / quantidade ou
$$M\acute{e}dia = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

Para dados em tabela de frequências:

$$M\acute{e}dia = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Xi \times Fi)}{\sum_{i=1}^{n} Fi}$$

Para dados agrupados em classes (usar ponto médio):

$$M\acute{e}dia = \frac{\sum_{i=1}^{n} (PMi \times Fi)}{\sum_{i=1}^{n} Fi}$$

Principais propriedades da média:

- somando-se ou subtraindo-se um valor constante em todas as o<mark>bservações, a</mark> média desse novo conjunto será somada ou subtraída do mesmo valor
- multiplicando-se ou dividindo-se todos os valores observados por um valor constante, a média desse novo conjunto será multiplicada ou dividida pelo mesmo valor.
 - a soma das diferenças entre cada observação e a média é igual a zero.
- o valor da média é calculado utilizando todos os valores da amostra. Portanto, qualquer alteração nesses valores poderá alterar a média (ela é afetada pelos valores extremos).

média ponderada: é uma média onde cada um dos valores observados tem um peso diferente, ou uma <u>ponderação</u> diferente. O cálculo é muito similar àquele que vimos ao trabalhar com tabelas, usando a fórmula abaixo, onde cada "peso" substitui um valor de frequência (F_i):

$$M\acute{e}dia = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Xi \times Fi)}{\sum_{i=1}^{n} Fi}$$





